



前回のテストについて (Σ の読み方)

終了の数 $\rightarrow n$ (この場合は n まで)
 変数 $i \rightarrow 0$
 開始の数 $f(i)$ (この場合は 0 から)
 開始の数から終了の数までこの関数に代入して足し合わせる
 0 から n まで $f(i)$ に代入したものを足し合わせる
 例: $\sum_{i=0}^n i \cdot 0 \cdot 1 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$

前回のテストについて (Σ と帰納法)

注意点

- 基底を間違えない
 - 基底は開始位置から始めること
 - 1 から始めたので 0 が足りない人多数
- 終了位置の展開を間違えない
 - $n=k+1$ と置きながら k で展開している人多数
 - $\sum_{i=0}^{k+1} f(i) = \sum_{i=0}^k f(i) + f(k+1)$

前回のテストについて (問題 a その1)

$\sum_{i=0}^n \frac{n(n-1)}{2}$ を帰納法により証明する。
 1. $i=0$ のとき (基底)
 $\sum_{i=0}^0 i \cdot 0 = 0$, $\frac{0(0-1)}{2} = 0$
 両辺とも 0 となり成り立つ。

前回のテストについて (問題 a その2)

2. $n=k$ のとき
 $\sum_{i=0}^k i \cdot \frac{k(k-1)}{2}$ が成り立つとする。
 $n=k+1$ のとき
 $\sum_{i=0}^{k+1} i \cdot \frac{(k+1)k}{2} = \sum_{i=0}^k i \cdot \frac{k(k-1)}{2} + \frac{(k+1)k}{2}$
 $= \frac{k^2 - 3k + 2}{2} + \frac{(k+1)k}{2}$
 となり $n=k+1$ のときも確かに成り立つ。(以下略)

前回のテストについて (問題 b その1)

$\sum_{i=0}^n i^2$ を帰納法により証明する。
 1. $i=0$ のとき (基底)
 $\sum_{i=0}^0 i^2 = 0$, $\frac{0(0+1)(0+2)}{6} = 0$
 両辺とも 0 となり成り立つ。

前回のテストについて (問題 b その2)

2. $n=k$ のとき

$$\frac{k^3}{6} - \frac{k^2}{2} + \frac{k}{2}$$
 が成り立つとする。
 $n=k+1$ のとき

$$\frac{(k+1)^3}{6} - \frac{(k+1)^2}{2} + \frac{k+1}{2}$$
 となり $n=k+1$ のときも確かに成り立つ。(以下略)

その他コメント

- 略した部分もちゃんと書くように
 - 「1 から与式は成り立つ。」とか
- a の演繹的解き方
 - ひっくり返して足す
- 帰納法で大事なのは **始め** と **終わり** の把握
- 掲示板はまだ...
- ここで席替え

前回の復習

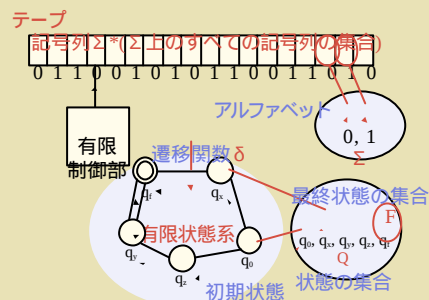
- 有限状態系のモデル
 有限オートマトン (FA)
 例: 自動販売機、エレベータ、渡船
- FA の定義

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

FA の定義式

- $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
 - 有限個の状態の集合 Q
 - (有限の) 入力アルファベット Σ
 - 入力記号によって引き起こされる状態遷移
 ・ 遷移関数 $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ の写像
 - 初期状態 $q_0 \in Q$
 - 最終状態の集合 $F \subseteq Q$

FA の模式図



FA の例

(p.21 図2.2の定義式)

- $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
 - $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$
 - $\Sigma = \{0, 1\}$
 - $F = \{q_1\}$
 - $\delta(q_i, a) \rightarrow$

	0	1
q_0	q_2	q_1
q_1	q_3	q_0
q_2	q_0	q_3
q_3	q_1	q_2

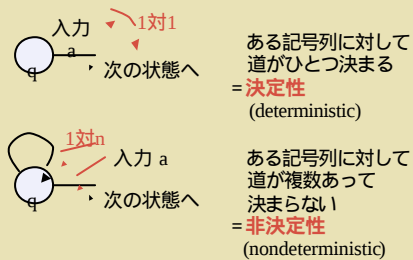
受理について

- 入力列 x を有限オートマトン M で受理する
 $\rightarrow M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ のとき $\delta(q_0, x) \in F$
 要するに、 x のとおり遷移すると最終状態になるということ
- 受理言語 = 正則集合 (正則)
 受理される入力記号列の集合
 正則 = 正規

今日の新しいこと

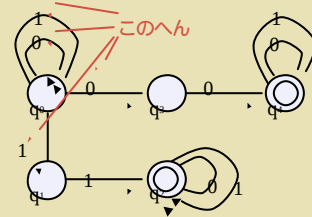
- 非決定性有限オートマトン
 (nondeterministic finite automaton, **NFA**)
 1つの入力記号について状態遷移が0個以上
- 決定性有限オートマトン (deterministic finite automaton, **DFA**)
 1つの入力記号について状態遷移が1つずつ
 前回上げた例はDFA

決定性と非決定性



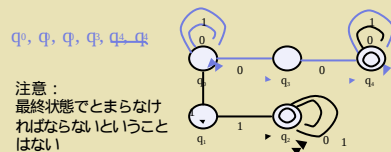
NFAの例

(p.26 図2.5)



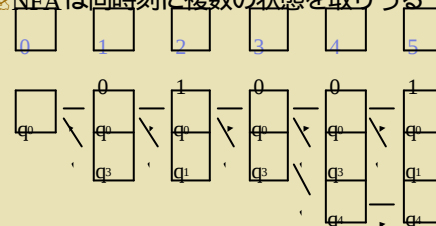
NFAでの受理

- 入力列に対して状態遷移がひとつでもあれば**受理**
 - 図2.5での受理される入力列の例 01001

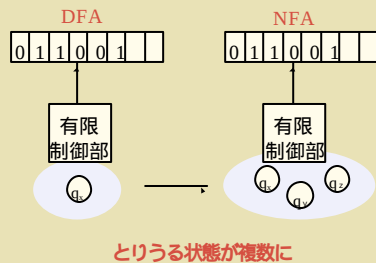


NFAの取りうる状態

- NFAは同時刻に複数の状態を取りうる



有限制御機としてのNFA



NFAの定義式

- $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
- DFAと同じ? → 遷移関数 δ が違う
 - $\delta: Q \times \Sigma$ から Q のべき集合 (2^Q) への関数
= Q の部分集合の集合
 - Q : 状態の集合
 - Σ : 入力アルファベット
 - q_0 : 初期状態
 - F : 最終状態の集合

NFAの遷移関数の例

(p.27 図2.7)

図2.5の遷移関数 δ

状態	入力	
	0	1
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$
q_1	$\emptyset$	$\{q_1\}$
q_2	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$
q_3	$\{q_1\}$	$\emptyset$
q_4	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$

δ の拡張

- ☞ DFAの時と同様に δ を拡張
- $\delta: Q \times \Sigma$ から Q のべき集合への関数
- $\delta: Q \times \Sigma^*$ から Q のべき集合への関数
- 要するに、入力記号だったのを入力列に拡張
- ☞ 最終的な $\delta: Q$ のべき集合 $\times \Sigma^*$ から Q のべき集合への関数

$$\delta(P, w) = \bigcup_{q \in P} \delta(q, w)$$

ここで、 P は Q の任意の部分集合

受理集合

- ☞ 受理集合 $L(M)$ を以下のように定義

$$L(M) = \{w \mid \delta(q_0, w) \text{ が } F \text{ の状態を少なくとも一つ含む}\}$$

ここで、 $M = \text{NFA}(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ とする

ミニテストとレポート

- ☞ ミニテスト
 - 演習問題 2.4
 - 教科書 資料を見ても良い
- ☞ ミニテストとレポートを提出すること
- ☞ 出したら帰って良い