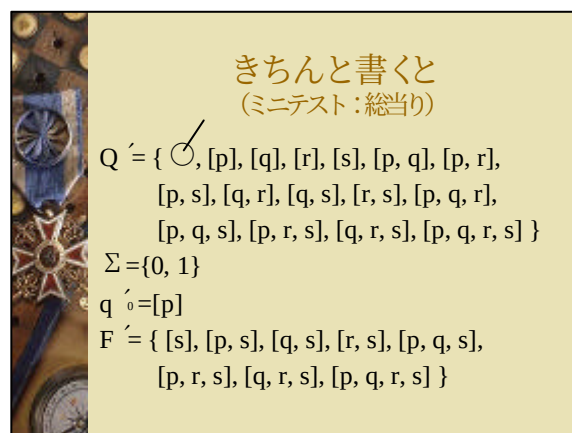
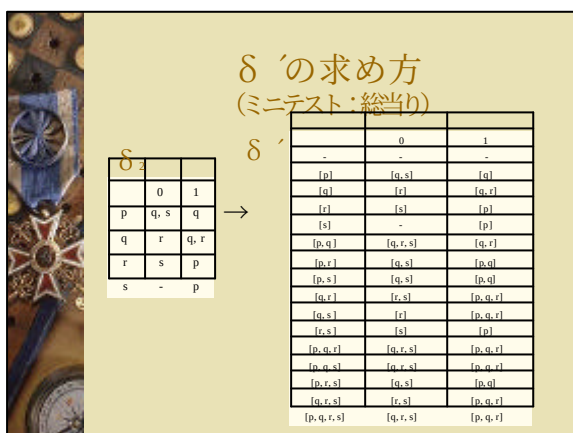
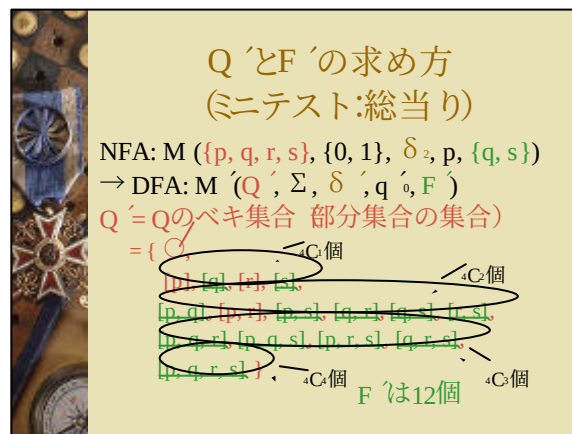
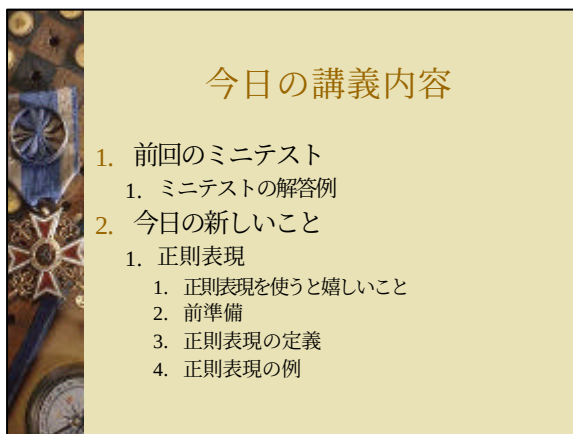
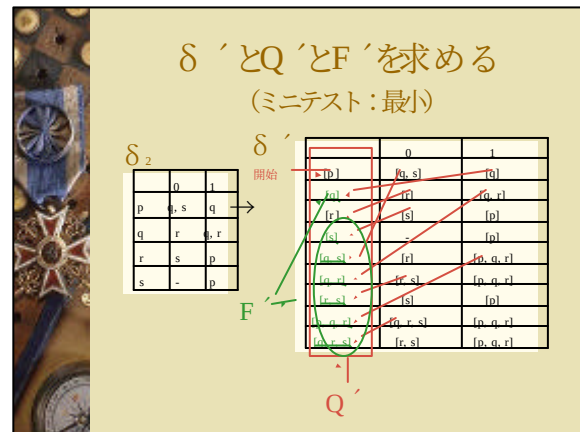
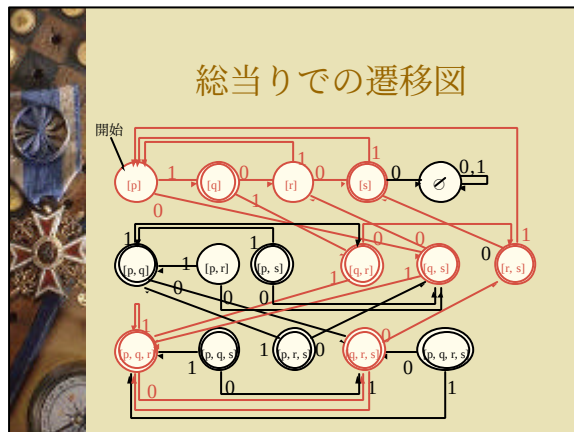






### きちんと書くと (ミニテスト: 最小)

$Q' = \{ [p], [q], [r], [s], [q, r], [q, s], [r, s], [p, q, r], [q, r, s] \}$   
 $\Sigma = \{0, 1\}$   
 $q' = [p]$   
 $F' = \{ [q], [s], [q, r], [q, s], [r, s], [p, q, r], [q, r, s] \}$

### 今日の新しいこと

✍ 正則表現

1. 正則表現を使うと嬉しいこと
2. 前準備
3. 正則表現の定義
4. 正則表現の例

### 正則表現を使えると嬉しいこと

✍ パターンマッチにしょっちゅう使う

- UNIXのシェル
  - sh, csh, ksh, tcsh, bash
  - ファイルの名前
- UNIXのコマンド、プログラミング言語
  - egrep, awk, sed, perl
  - ファイルの中の文字列の処理

### Bash のファイル名展開

```
% ls
aaa, aab, aac, aba, aca, ada, abc, bbb, bcb

% echo a[abc]a
aaa aba aca
```

## Perl での処理

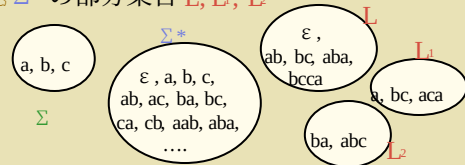
Sun May 27 21:51:40 JST 2001

↓  
s/¥w+ (¥w+) (¥d¥d) ¥d¥d:¥d¥d:¥d¥d ¥w+  
(¥d+)/Today is ¥1 ¥2, ¥3./;

↓  
Today is May 27, 2001.

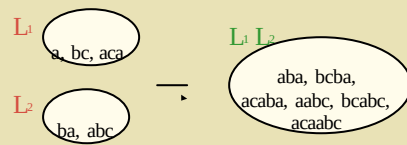
## 前準備 その1 (記号列の集合)

- アルファベット  $\Sigma$
- $\Sigma$  上の記号列  $\Sigma^*$
- $\Sigma^*$  の部分集合  $L, L_1, L_2$



## 前準備 その2 (記号列の集合の演算)

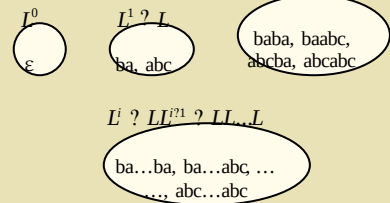
$L_1 L_2 = \{xy \mid x \in L_1, y \in L_2\}$  ← 接続



## 前準備 その3 (記号列の集合の演算)

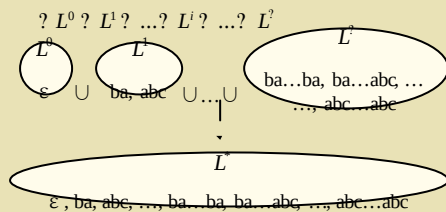
$L^0 = \{\epsilon\}$

$L^i = L L^{i-1} \quad (i \geq 1)$



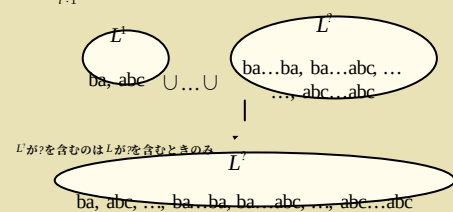
## 前準備 その4 (Kleene 閉包)

$L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \dots$   $L$  の Kleene 閉包 (または単に閉包)



## 前準備 その5 (正閉包)

$L^+ = L^1 \cup L^2 \cup L^3 \cup \dots$   $L$  の正閉包



## 教科書の例 (p. 37 例2.10)

$L_1 ? \{0,1\}$

$L_2 ? \{011,11\}$

$L_1 L_2 ? \{10011,1011,111\}$

$\{0,1\}^* ? \{?, 10,11,1010,1011,1110,1111,...\}$

$\{0,1\}^? ? \{0,11,1010,1011,1110,1111,...\}$

## 正則表現の定義 (p. 37)

1.  $\emptyset$ は正則表現で、その表す集合は空集合である。
2.  $\varepsilon$ は正則表現で、その表す集合は $\{\varepsilon\}$ である。
3.  $\Sigma$ の各元 $a$ に対して $a$ は正則表現で、その表す集合は $\{a\}$ である。
4.  $r$ と $s$ がそれぞれ言語 $R$ と $S$ を表す正則表現のとき、 $(r+s)$ 、 $(rs)$ 、および $(r^*)$ は正則表現で、その表す集合はそれぞれ、 $R \cup S$ 、 $RS$ 、 $R^*$ である。

## 正則表現の例

|                                                                                |                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\varepsilon, a$                                                               | $\emptyset^* = \{\}^* = \emptyset$                                                                      |
| $(\emptyset + \varepsilon) = \emptyset \cup \{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}$ | $\varepsilon^* = \{\varepsilon\}^* = \{\varepsilon\}$                                                   |
| $(\emptyset + a) = \emptyset \cup \{a\} = \{a\}$                               | $a^* = \{a\}^* = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \dots\}$                                                    |
| $(\varepsilon + a) = \{\varepsilon\} \cup \{a\} = \{\varepsilon, a\}$          | $((\emptyset + \varepsilon) + a) = (\varepsilon + a) = \{\varepsilon\} \cup \{a\} = \{\varepsilon, a\}$ |
| $(a+b) = \{a\} \cup \{b\} = \{a, b\}$                                          | $((\emptyset + (a+b)) = \{a, b\} = \{\}$                                                                |
| $\varepsilon = \{\} \{\varepsilon\} = \{\}$                                    | $((ab) + \varepsilon) = \{ab\} \cup \{\varepsilon\} = \{\varepsilon, ab\}$                              |
| $\emptyset a = \{\} \{a\} = \{\}$                                              | $((ab)^*) = \{ab\}^* = \{\varepsilon, ab, abab, ababab, \dots\}$                                        |
| $\varepsilon a = \{\varepsilon\} \{a\} = \{a\}$                                |                                                                                                         |
| $ab = \{a\} \{b\} = \{ab\}$                                                    |                                                                                                         |

## 正規表現の演算の強さ

$*$  > 連接 >  $+$

- $((0(1^*)) + 0) \rightarrow 01^* + 0$
- $(1 + (10))^* \rightarrow (1 + 10)^*$
- $((1(1(1^*))) + (01)) \rightarrow (111^* + 01)$

## 教科書の例 その1 (p. 38, 例2.11)

$\emptyset 00 = \{00\}$

$\emptyset (0+1)^* = \{0, 1\}^*$   
 $= \{\varepsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, \dots\}$

$\emptyset (1+10)^* = \{1, 10\}^*$   
 $= \{\varepsilon, 1, 10, 11, 110, 101, 1010, \dots\}$

$\emptyset (0 + \varepsilon)(1+10)^* = \{0, \varepsilon\} \{1, 10\}^*$   
 $= \{0, \varepsilon\} \{\varepsilon, 1, 10, 11, 110, 101, 1010, \dots\}$   
 $= \{\varepsilon, 0, 1, 01, 10, 010, 11, 011, 110, 0110, 101, 0101, 1010, 01010, \dots\}$

## 教科書の例 その2 (p. 38, 例2.11)

$\emptyset (0+1)^* 011 = \{0, 1\}^* 011$   
 $= \{\varepsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, \dots\} \{011\}$   
 $= \{011, 0011, 1011, 00011, 01011, 10011, 11011, \dots\}$

$\emptyset 0^* 1^* 2^* = \{0\}^* \{1\}^* \{2\}^*$  図2.8のNFA  
 $= \{\varepsilon, 0, 00, \dots\} \{\varepsilon, 1, 11, \dots\} \{\varepsilon, 2, 22, \dots\}$   
 $= \{\varepsilon, 0, 1, 01, 012, 00, 001, 0011, 0012, 00112, 001122, 000, 0001, 00011, 00012, 000111, 000112, 0001112, 00011122, 000111222, \dots\}$

## (1+10)\*の性質

1で始まり、連続した0を含まない列か空列から成る集合  
→帰納法で示す。

$$(1+10)^* = \{1, 10\}^* = \{1, 10\}^i$$

$$i \geq 0 \text{ のとき、 } \{1, 10\}^i \text{ が}$$

1で始まり連続した0を含まない列か空列のみから成るためには  
 $\{1, 10\}^0, \dots, \{1, 10\}^i$  がそれぞれ  
連続した0を含まない列か空列のみからなっていればよい。

## 帰納法での証明

- $i \geq 0$  のとき、 $\{1, 10\}^0 = \{1\}$
- $i \geq 1$  のとき、 $\{1, 10\}^1 = \{1, 10\}$   
で、1で始まり連続した0を含まない列のみを含む。
- $i \geq n$  のとき、  
 $\{1, 10\}^n$  が  $\{1x_1, \dots, 1x_n\}$  のように  
1で始まり連続した0を含まない列のみを含む  
とすれば  $(x_1, \dots, x_n)$  は連続した0を含まない列、  
 $i \geq n+1$  のとき、  
 $\{1, 10\}^{n+1} = \{1, 10\} \{1, 10\}^n = \{1x_1, 101x_1, \dots, 11x_n, 101x_n\}$   
となり、1で始まり連続した0を含まない列のみを含むようになる。  
よって1, 2, 3より、  
 $(1+10)^*$  は1で始まり連続した0を含まない列か空列のみを含む。

## おまけ

正閉包に対応する正則表現

$$rr^* = r^1 = \{r^i \mid i \geq 1\}$$

$$00^*11^*22^* = 0^11^12^1$$

$$\{0, 00, \dots\} \{1, 11, \dots\} \{2, 22, \dots\}$$

$$\{012, 0122, 0112, 01122, 0012, 00122, 00112, 001122, \dots\}$$

$$\{0^11^12^1\}$$

## 今日のミニテスト

- ミニテスト
  - 演習問題 2.11のa
  - 教科書 資料を見ても良い
- 資料、ミニテストがない人は前へ
- 提出したら帰ってよし
- 次回
  - 有限オートマトンと正則表現の透過性