計算の理論 I
ー正則表現とFAの等価性 その1ー

月曜３校時
大月 美佳

連絡事項

- 訂正 :正則表現の例で間違い
  - $\emptyset\varepsilon=\{\}\{\varepsilon\}=\{\}=\emptyset$
  - $\emptyset a=\{\}\{a\}=\{\}=\emptyset$
  - $(\emptyset(a+b))=\{\}\{a, b\}=\{\}=\emptyset$
  - 要するに空集合との連接は空集合になる
- 自転車

今日の講義内容

1. 前回のミニテスト
   1. ミニテストの解答例
   2. もうちょっと正則表現
2. 今日の新しいこと
   1. 正則表現とFAの等価性
      1. 正則表現からの ε -動作を含むNFAの作り方
         → 例2.12 (p. 42)
      2. DFAからの正則表現の作り方
         → 例2.13 (p. 45)

次回

前回のミニテスト
(演習問題 2.11, p. 66)

次の正則表現が表すのはどんな集合か、ことばで説明せよ。

a) (11+0)*(00+1)*

→ 分けて考えよう。

(11+0)* ってどんな集合？

(00+1)* ってどんな集合？

二つを連接するとどういう集合になるの？

(11+0)*ってどんな集合？

- あり得る記号列
  - 0110111100110111101111111111
  - 偶数(0, 2, 4, ..)個連続する1と任意の数(0, 1, 2, …)連続する0が含まれる列
- あり得ない記号列
  - 011011110011101111011111111
  - 奇数個連続する1を一つでも含む列

(00+1)*ってどんな集合？

- あり得る記号列
  - 00100110000000110011100001111
  - 偶数(0, 2, 4, ..)個連続する0と任意の数(0, 1, 2, …)連続する1が含まれる列
- あり得ない記号列
  - 001001111000110011100011
  - 奇数個連続する0を一つでも含む列

二つを連接すると どういう集合になるの？

- パターン1 : オーバーラップがない場合
  1. 偶数個連続する1と最後の1つが奇数個連続するような連続する0から成る列
     $(1)^{2k_0}(0)^{l_0}(1)^{2k_1}(0)^{l_1}\ldots(0)^{l_n}(1)^{2k_n} \quad (0 ? k_i, l_i)$
     もし、l_jが0より大きい最後の数ならば、l_jは奇数
  2. 偶数個連続する0と先頭の1つが奇数個連続するような連続する1から成る列
     $(0)^{2k_0}(1)^{l_0}(0)^{2k_1}(1)^{l_1}\ldots(1)^{l_n}(0)^{2k_n} \quad (0 ? k_i, l_i)$
     もし、l_jが0より大きい最初の数ならば、l_jは奇数

二つを連接した集合 つづき

- パターン2 : オーバーラップがある場合
  偶数個連続する1と任意個連続する0から成る列の後、奇数個連続する1が出現した場合に、偶数個連続する0と任意個連続する1から成る列に変わるような列
  → パターン1を含む

二つを連接した集合 (言い換えると?)

$(1)^{k_0}(0)^{l_0}(1)^{k_1}(0)^{l_1}\ldots(0)^{l_n}(1)^{k_n} \quad (0 ? k_i, l_i)$

もし、k_0～k_iが偶数ならば、
l_0～l_iは奇数でも偶数でもどちらでもよい。
(j ? 0以降でl_jが偶数ならばオーバーラップ)
もし、k_iが奇数ならば、
l_i～l_nは偶数でなければならない。

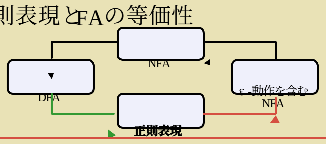
もうちょっと正規表現

慣れるためには、訓練が必要。

1. (00+1)*のバリエーション
   1. (000+1)* : 0の個数が3の倍数
   2. (0000+1)* : 0の個数が4の倍数
2. 記号の連続の制限
   1. (1+01)*(ε+0) : 2個以上続く0を含まない
3. いろいろと当たってみる
   1. 結構難しい…

今日の新しいこと

1. 正則表現とFAの等価性

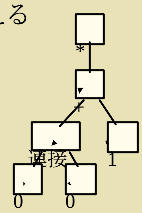


1. 正則表現からのε-動作を含むNFAの作り方
   →NFAの生成例 (例2.12, p. 42)
2. DFAからの正則表現の作り方 ← 来週
   →正則表現の生成例 (例2.13, p. 45)

正則表現からのε-動作を含むNFAの作り方

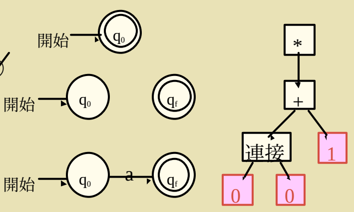
証明と同じ手順

1. 括弧つきに書き換える
   (00+1) → ((00)+1)*
2. 分解していく
   1. r = r1*
   2. r1 = r2+r3, r3 =1
   3. r2 = r4+r5, r4 =1 , r5 =1



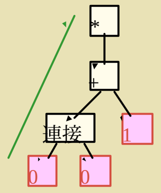
NFAの作り方
(NFAに変換 1)

3. 末端（最小構成)をFAに変換する
   1. r = ε
   2. r = ∅
   3. r = a

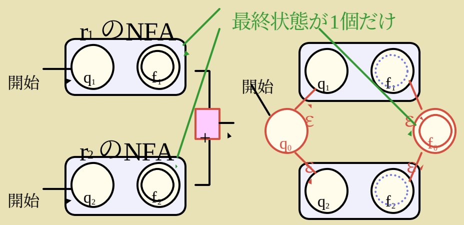


NFAの作り方
(NFAに変換 2)

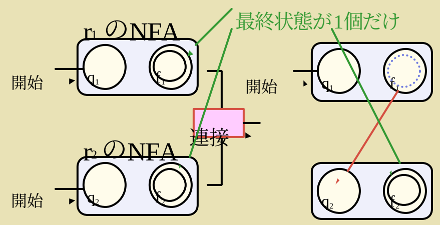
3. 末端から根に向かってどんどん変換する
   1. $r = r_1 + r_2$
      → 定理2.3 (1)、図2.14 (a)
   2. $r = r_1 r_2$
      → 定理2.3 (2)、図2.14 (b)
   3. $r = r_1^*$
      → 定理2.3 (3)、図2.14 (c)



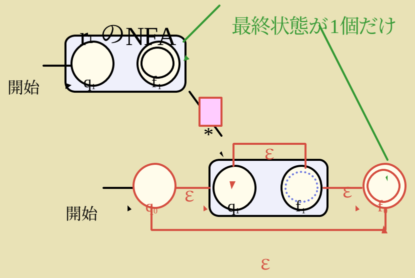
NFAの作り方
(図2.14 (a))



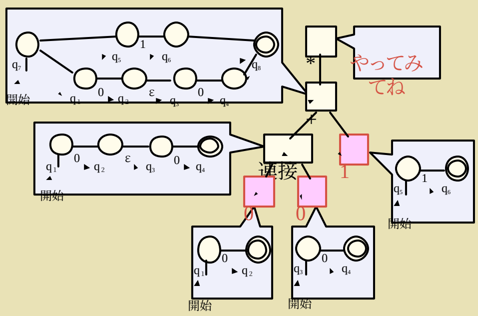
NFAの作り方
(図2.14 (b))



NFAの作り方
(図2.14 (c))



どんどんやってみる



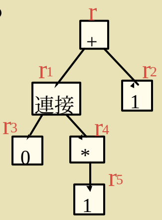
NFAの生成例
(例2.12, p. 42)

正規表現 : 01*+1

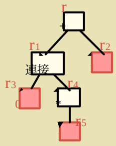
1. 括弧つきに書き換える

   01*+1 → ((0(1*))+1)

2. 分解していく
   1. r=r1+r2, r1=0(1*), r2=1
   2. r1=r3r4, r3=0, r4=1*
   3. r4=r5*, r5=1

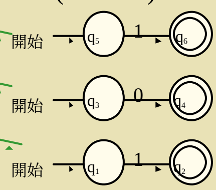


NFAの生成例
(つづき 1)

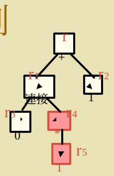


正規表現 : 01*+1

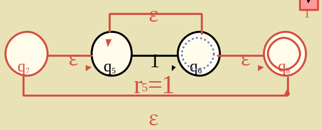
3. 最小構成をFAに変換する
4. FAを組みあげていく(定理2.3)
   1. r4=r5*, r5=1
   2. r1=r3r4, r3=0
   3. r=r1+r2 , r2=1



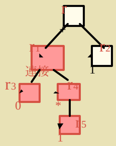
NFAの生成例
(つづき 2)



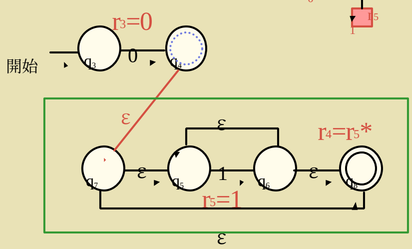
4.1. r4=r5* (p. 41, 図2.14の(c))



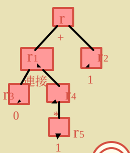
NFAの生成例
(つづき 3)



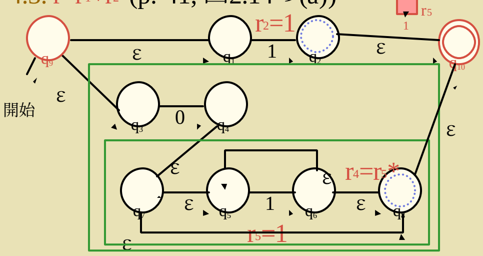
4.2. r1=r3r4 (p. 41, 図2.14の(b))



NFAの生成例
(つづき 4)



4.3. r=r1+r2 (p. 41, 図2.14の(a))



今日のミニテスト

- ミニテスト
  - 演習問題 2.12のa
  - 教科書・資料を見ても良い
- 資料、ミニテストがない人は前へ
- 提出したら帰って良し
- 次回
  - 正規表現とFAの等価性つづき
    - DFAからの正則表現の作り方