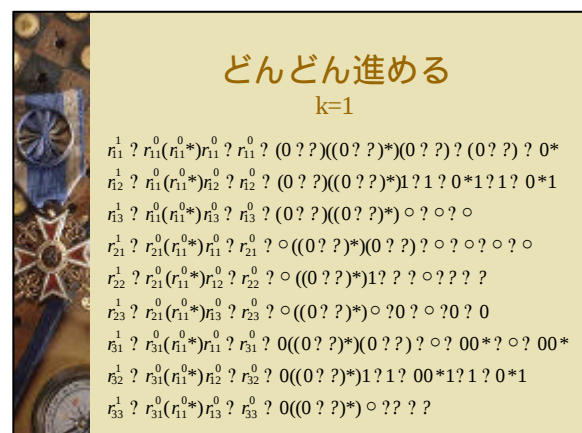
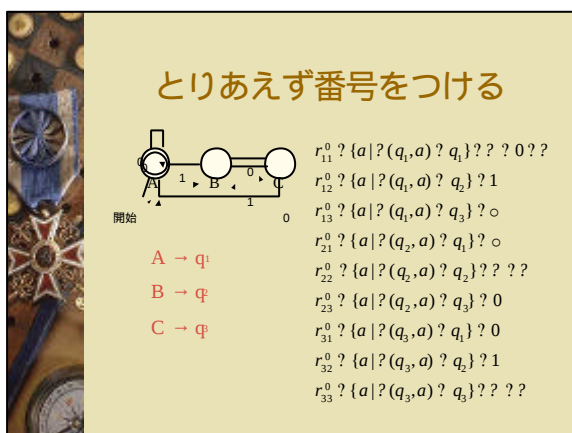
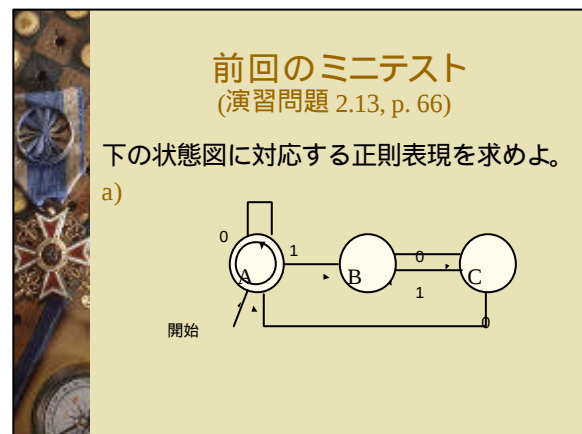
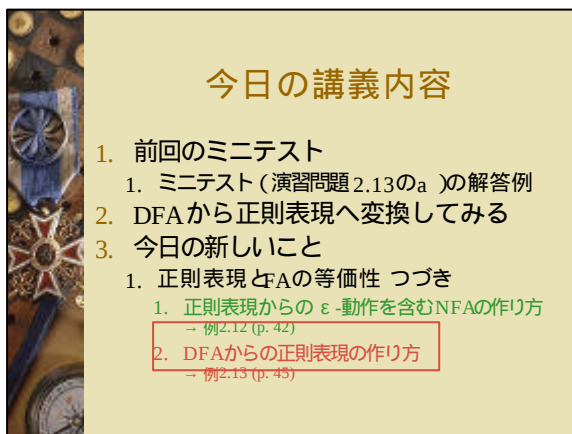
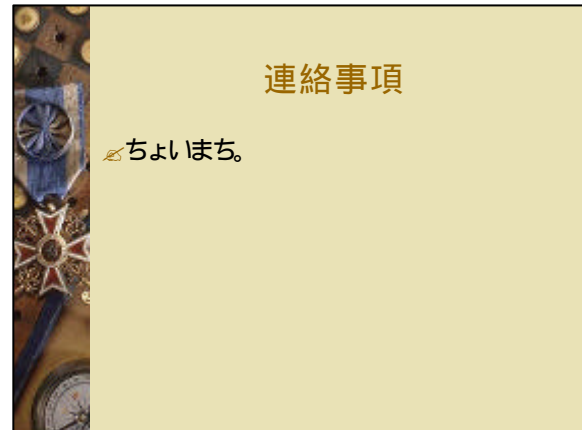




どんどん進める

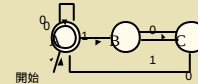
k=2

$r_{11}^2 ? r_{12}^1(r_{22}^1)r_{21}^1 ? r_{11}^1 ? 0*1(?)^* \circ ? 0* ? \circ ? 0* ? 0*$
 $r_{12}^2 ? r_{12}^1(r_{22}^1)r_{22}^1 ? r_{12}^1 ? 0*1(?)^* ? ? 0*1 ? 0*1 ? 0*1 ? 0*1$
 $r_{13}^2 ? r_{12}^1(r_{22}^1)r_{23}^1 ? r_{13}^1 ? 0*1(?)^* 0 ? \circ ? 0*10$
 $r_{21}^2 ? r_{22}^1(r_{22}^1)r_{21}^1 ? r_{21}^1 ? ? (?)^* \circ ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ$
 $r_{22}^2 ? r_{22}^1(r_{22}^1)r_{22}^1 ? r_{22}^1 ? ? (?)^* ? ? ? ?$
 $r_{23}^2 ? r_{22}^1(r_{22}^1)r_{23}^1 ? r_{23}^1 ? ? (?)^* 0 ? 0 ? 0 ? 0 ? 0$
 $r_{31}^2 ? r_{32}^1(r_{22}^1)r_{31}^1 ? r_{31}^1 ? 0*1(?)^* \circ ? 00* ? \circ ? 00* ? 00*$
 $r_{32}^2 ? r_{32}^1(r_{22}^1)r_{32}^1 ? r_{32}^1 ? 0*1(?)^* ? ? 0*1 ? 0*1 ? 0*1 ? 0*1$
 $r_{33}^2 ? r_{32}^1(r_{22}^1)r_{33}^1 ? r_{33}^1 ? 0*1(?)^* 0 ? ? ? 0*10 ? ?$

最終状態への道

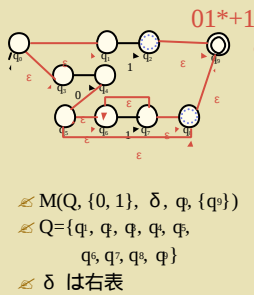
k=3

$r_{11}^3 ? r_{13}^2(r_{33}^2)r_{31}^2 ? r_{11}^2$
 $? 0*10(0*10 ? ?)^* 00* ? 0*$
 $? 0*10(0*10)*00* ? 0*$
 $? (0*10(0*10)*0 ? ?)^* 0*$



$r_{11}^2 ? 0*$
 $r_{12}^2 ? 0*1$
 $r_{13}^2 ? 0*10$
 $r_{21}^2 ? \circ$
 $r_{22}^2 ? ?$
 $r_{23}^2 ? 0$
 $r_{31}^2 ? 00*$
 $r_{32}^2 ? 0*1$
 $r_{33}^2 ? 0*10 ? ?$

前々回の例2.12



	0	1	ε
q_0			$\{q_1\}$
q_1		$\{q_2\}$	
q_2		$\{q_1\}$	$\{q_3\}$
q_3			$\{q_4\}$
q_4			$\{q_0\}$

2.12から生成されたNFA

$M'(Q', \{0, 1\}, \delta', q_0, \{q_0\})$
 $Q' = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9\}$
 q_0, q_1
 δ' は右表

	0	1
q_0	$\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$	$\{q_6, q_7\}$
q_1		$\{q_8, q_9\}$
q_2		$\{q_6, q_7, q_8, q_9\}$
q_3		$\{q_6, q_7, q_8, q_9\}$
q_4		$\{q_6, q_7, q_8, q_9\}$
q_5		$\{q_6, q_7, q_8, q_9\}$
q_6		$\{q_8, q_9\}$
q_7		$\{q_8, q_9\}$
q_8		$\{q_1\}$
q_9		$\{q_1\}$

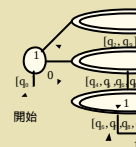
さらに変換されたDFA

	0	1
q_0	$\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$	$\{q_6, q_7\}$
q_1		$\{q_8, q_9\}$
q_2		$\{q_6, q_7, q_8, q_9\}$
q_3		$\{q_6, q_7, q_8, q_9\}$
q_4		$\{q_6, q_7, q_8, q_9\}$
q_5		$\{q_6, q_7, q_8, q_9\}$
q_6		$\{q_8, q_9\}$
q_7		$\{q_8, q_9\}$
q_8		$\{q_1\}$
q_9		$\{q_1\}$

	0	1
q_0	$\{q_1\}$	$\{q_2, q_3, q_4, q_5\}$
q_1		$\{q_2, q_3, q_4, q_5\}$
q_2		$\{q_2, q_3, q_4, q_5\}$
q_3		$\{q_2, q_3, q_4, q_5\}$
q_4		$\{q_2, q_3, q_4, q_5\}$
q_5		$\{q_2, q_3, q_4, q_5\}$

$M''(Q'', \{0, 1\}, \delta'', [q_0], F)$
 $Q'' = \{[q_0], [q_0, q_0, q_0, q_0, q_0], [q_0, q_0, q_0, q_0, q_0]\}$
 δ'' は上表
 $F = \{[q_0, q_0, q_0, q_0, q_0], [q_0, q_0], [q_0, q_0, q_0, q_0, q_0]\}$

DFAから正則表現へ



$[q_0] \rightarrow q_1$
 $[q_0, q_1] \rightarrow q_2$
 $[q_1, q_2, q_3, q_4, q_5] \rightarrow q_6$
 $[q_6, q_7, q_8, q_9] \rightarrow q_0$

	0	1
q_0	$\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$	$\{q_6, q_7\}$
q_1		$\{q_8, q_9\}$
q_2		$\{q_6, q_7, q_8, q_9\}$
q_3		$\{q_6, q_7, q_8, q_9\}$
q_4		$\{q_6, q_7, q_8, q_9\}$
q_5		$\{q_6, q_7, q_8, q_9\}$
q_6		$\{q_8, q_9\}$
q_7		$\{q_8, q_9\}$
q_8		$\{q_1\}$
q_9		$\{q_1\}$

$r_{11}^0 ? ?$ $r_{21}^0 ? \circ$ $r_{31}^0 ? \circ$ $r_{41}^0 ? \circ$
 $r_{12}^0 ? 1$ $r_{22}^0 ? ?$ $r_{32}^0 ? \circ$ $r_{42}^0 ? \circ$
 $r_{13}^0 ? 0$ $r_{23}^0 ? \circ$ $r_{33}^0 ? ?$ $r_{43}^0 ? \circ$
 $r_{14}^0 ? \circ$ $r_{24}^0 ? \circ$ $r_{34}^0 ? 1$ $r_{44}^0 ? 1 ? ?$

どんどん進める

k=1 その1

$$\begin{aligned}
 &r_{11}^1 ? r_{11}^0(r_{11}^{0*})r_{11}^0 ? r_{11}^0 ? ? (?*) ? ? ? ? \\
 &r_{12}^1 ? r_{11}^0(r_{11}^{0*})r_{12}^0 ? r_{12}^0 ? ? (?*)1?1?1?1?1 \\
 &r_{13}^1 ? r_{11}^0(r_{11}^{0*})r_{13}^0 ? r_{13}^0 ? ? (?*)0?0?0?0?0 \\
 &r_{14}^1 ? r_{11}^0(r_{11}^{0*})r_{14}^0 ? r_{14}^0 ? ? (?*)\circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{21}^1 ? r_{21}^0(r_{11}^{0*})r_{11}^0 ? r_{21}^0 ? \circ (?*)? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{22}^1 ? r_{21}^0(r_{11}^{0*})r_{12}^0 ? r_{22}^0 ? \circ (?*)1? ? ? \circ ? ? ? ? \\
 &r_{23}^1 ? r_{21}^0(r_{11}^{0*})r_{13}^0 ? r_{23}^0 ? \circ (?*)0? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{24}^1 ? r_{21}^0(r_{11}^{0*})r_{14}^0 ? r_{24}^0 ? \circ (?*)\circ ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ
 \end{aligned}$$

どんどん進める

k=1 その2

$$\begin{aligned}
 &r_{11}^1 ? r_{11}^0(r_{11}^{0*})r_{11}^0 ? r_{11}^0 ? ? (?*)? ? ? ? ? \\
 &r_{31}^1 ? r_{31}^0(r_{11}^{0*})r_{11}^0 ? r_{31}^0 ? \circ (?*)? ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{32}^1 ? r_{31}^0(r_{11}^{0*})r_{12}^0 ? r_{32}^0 ? \circ (?*)1? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{33}^1 ? r_{31}^0(r_{11}^{0*})r_{13}^0 ? r_{33}^0 ? \circ (?*)0? ? ? \circ ? ? ? ? \\
 &r_{34}^1 ? r_{31}^0(r_{11}^{0*})r_{14}^0 ? r_{34}^0 ? \circ (?*)\circ ?1? \circ ?1?1?1 \\
 &r_{41}^1 ? r_{41}^0(r_{11}^{0*})r_{11}^0 ? r_{41}^0 ? \circ (?*)? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{42}^1 ? r_{41}^0(r_{11}^{0*})r_{12}^0 ? r_{42}^0 ? \circ (?*)1? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{43}^1 ? r_{41}^0(r_{11}^{0*})r_{13}^0 ? r_{43}^0 ? \circ (?*)0? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{44}^1 ? r_{41}^0(r_{11}^{0*})r_{14}^0 ? r_{44}^0 ? \circ (?*)\circ ?1? ? ? \circ ?1? ? ?1? ? ?1? ?
 \end{aligned}$$

どんどん進める

k=2 その1

$$\begin{aligned}
 &r_{11}^2 ? r_{12}^1(r_{22}^{1*})r_{21}^1 ? r_{11}^1 ? 1(?*)\circ ? ? ? \circ ? ? ? ? \\
 &r_{12}^2 ? r_{12}^1(r_{22}^{1*})r_{22}^1 ? r_{12}^1 ? 1(?*)? ? 1?1?1?1 \\
 &r_{13}^2 ? r_{12}^1(r_{22}^{1*})r_{23}^1 ? r_{13}^1 ? 1(?*)\circ ?0? \circ ?0?0?0 \\
 &r_{14}^2 ? r_{12}^1(r_{22}^{1*})r_{24}^1 ? r_{14}^1 ? 1(?*)\circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{21}^2 ? r_{22}^1(r_{22}^{1*})r_{21}^1 ? r_{21}^1 ? ?(?*)\circ ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{22}^2 ? r_{22}^1(r_{22}^{1*})r_{22}^1 ? r_{22}^1 ? ?(?*)? ? ? \circ ? ? ? ? \\
 &r_{23}^2 ? r_{22}^1(r_{22}^{1*})r_{23}^1 ? r_{23}^1 ? ?(?*)\circ ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{24}^2 ? r_{22}^1(r_{22}^{1*})r_{24}^1 ? r_{24}^1 ? ?(?*)\circ ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ
 \end{aligned}$$

どんどん進める

k=2 その2

$$\begin{aligned}
 &r_{31}^2 ? r_{32}^1(r_{22}^{1*})r_{21}^1 ? r_{31}^1 ? \circ (?*)\circ ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{32}^2 ? r_{32}^1(r_{22}^{1*})r_{22}^1 ? r_{32}^1 ? \circ (?*)? ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{33}^2 ? r_{32}^1(r_{22}^{1*})r_{23}^1 ? r_{33}^1 ? \circ (?*)\circ ? ? ? ? \\
 &r_{34}^2 ? r_{32}^1(r_{22}^{1*})r_{24}^1 ? r_{34}^1 ? \circ (?*)\circ ?1? \circ ?1?1?1 \\
 &r_{41}^2 ? r_{42}^1(r_{22}^{1*})r_{21}^1 ? r_{41}^1 ? \circ (?*)\circ ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{42}^2 ? r_{42}^1(r_{22}^{1*})r_{22}^1 ? r_{42}^1 ? \circ (?*)? ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{43}^2 ? r_{42}^1(r_{22}^{1*})r_{23}^1 ? r_{43}^1 ? \circ (?*)\circ ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{44}^2 ? r_{42}^1(r_{22}^{1*})r_{24}^1 ? r_{44}^1 ? \circ (?*)\circ ?1? ? ? \circ ?1? ? ?1? ? ?1? ?
 \end{aligned}$$

どんどん進める

k=3 その1

$$\begin{aligned}
 &r_{11}^3 ? r_{13}^2(r_{33}^{2*})r_{31}^2 ? r_{11}^2 ? 0(?*)\circ ? ? ? \circ ? ? ? ? \\
 &r_{12}^3 ? r_{13}^2(r_{33}^{2*})r_{32}^2 ? r_{12}^2 ? 0(?*)\circ ?1? \circ ?1?1?1 \\
 &r_{13}^3 ? r_{13}^2(r_{33}^{2*})r_{33}^2 ? r_{13}^2 ? 0(?*)? ? 0?0?0?0 \\
 &r_{14}^3 ? r_{13}^2(r_{33}^{2*})r_{34}^2 ? r_{14}^2 ? 0(?*)1? \circ ? 01? \circ ? 01 \\
 &r_{21}^3 ? r_{23}^2(r_{33}^{2*})r_{31}^2 ? r_{21}^2 ? \circ (?*)\circ ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{22}^3 ? r_{23}^2(r_{33}^{2*})r_{32}^2 ? r_{22}^2 ? \circ (?*)\circ ? ? ? \circ ? ? ? ? \\
 &r_{23}^3 ? r_{23}^2(r_{33}^{2*})r_{33}^2 ? r_{23}^2 ? \circ (?*)? ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{24}^3 ? r_{23}^2(r_{33}^{2*})r_{34}^2 ? r_{24}^2 ? \circ (?*)1? \circ ? \circ ? \circ ? \circ
 \end{aligned}$$

どんどん進める

k=3 その2

$$\begin{aligned}
 &r_{31}^3 ? r_{33}^2(r_{33}^{2*})r_{31}^2 ? r_{31}^2 ? ?(?*)\circ ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{32}^3 ? r_{33}^2(r_{33}^{2*})r_{32}^2 ? r_{32}^2 ? ?(?*)\circ ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{33}^3 ? r_{33}^2(r_{33}^{2*})r_{33}^2 ? r_{33}^2 ? ?(?*)? ? ? ? ? ? ? ? \\
 &r_{34}^3 ? r_{33}^2(r_{33}^{2*})r_{34}^2 ? r_{34}^2 ? ?(?*)1?1?1?1?1?1 \\
 &r_{41}^3 ? r_{43}^2(r_{33}^{2*})r_{31}^2 ? r_{41}^2 ? \circ (?*)\circ ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{42}^3 ? r_{43}^2(r_{33}^{2*})r_{32}^2 ? r_{42}^2 ? \circ (?*)\circ ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{43}^3 ? r_{43}^2(r_{33}^{2*})r_{33}^2 ? r_{43}^2 ? \circ (?*)? ? \circ ? \circ ? \circ ? \circ \\
 &r_{44}^3 ? r_{43}^2(r_{33}^{2*})r_{34}^2 ? r_{44}^2 ? \circ (?*)1?1? ? ? \circ ?1? ? ?1? ? ?1? ?
 \end{aligned}$$

最終状態への道

k=4

$$r_{12}^4 ? r_{14}^3 (r_{44}^3 *) r_{42}^3 ? r_{12}^3$$

$$? 01((1 ? ?) *) \circ ? 1 ? 1$$

$$r_{13}^4 ? r_{14}^3 (r_{44}^3 *) r_{43}^3 ? r_{13}^3$$

$$? 01((1 ? ?) *) \circ ? 0 ? 0$$

$$r_{14}^4 ? r_{14}^3 (r_{44}^3 *) r_{44}^3 ? r_{14}^3$$

$$? 01((1 ? ?) *) (1 ? ?) ? 01 ? 011^*$$

$$r_{12}^4 ? r_{13}^4 ? r_{14}^4 ? 1 ? 0 ? 011^* ? 1 ? 01^*$$

$r_{12}^4 ? ?$

$r_{12}^4 ? 1$

$r_{12}^4 ? 0$

$r_{12}^4 ? \circ$

$r_{13}^4 ? \circ$

$r_{13}^4 ? ?$

$r_{13}^4 ? \circ$

$r_{13}^4 ? \circ$

$r_{13}^4 ? \circ$

$r_{13}^4 ? ?$

$r_{13}^4 ? 1$

$r_{13}^4 ? \circ$

$r_{13}^4 ? \circ$

$r_{13}^4 ? 1 ? ?$

今日の新しいこと

1. 正則集合の性質 (第3章, p. 71 ~)

1. 反復補題 (節3.1, p. 71)

→ ある集合が正則でないことを示す

2. 閉包性 (節3.2, p. 75)

→ 正則表現に対する各種演算

3. 決定手続き (節3.3, p. 81)

→ 空、有限、無限、等価性

4. Myhill-Nerodeの定理 (節3.4, p. 84)

→ 最小化

反復補題

別名

– ポンプの定理 (pumping lemma)

何がしたいのか

– 何か言語が与えられたとき、正則でないことを示す。

– 例3.1 (p. 74)

0が2乗の個数であるような記号列の集合

– 例3.2 (p. 74)

0と1の記号列を2進数とみたとき、

素数であるような記号列の集合

反復補題とは

正則集合Lに対して次の条件を満たす定数nが存在する。

zがLに属する語で $|z| \geq n$ ならば、適当な語u, v, wを選んで、

$$z = uvw, |uv| \leq n, |v| \geq 1, uv^i w \in L (i \geq 0)$$

を満たすようにすることができる。このnは、Lを受理する最小の(すなわち状態数が最も少ない)FAの状態数を超えない。

証明はp.73

正則でないことの示し方 (背理法)

1. 正則でないことを示す対象言語 L

2. Lに対して補題の性質をもつ数nを仮定する(敵の仮定)。仮定後変更してはならない。

3. Lの元zをひとつ決める($|z| \geq n$)。

4. zを $|uv| \leq n$ かつ $|v| \geq 1$ であるようなu, v, wに分解する(敵の作業)

5. $uv^i w$ がLに入らないようなiを指摘する。どのようなnに対してもこれを示す。

例3.1

Step 1 調べたい言語 L

0の列で、長さが完全平方数であるものの全体

$$L = \{0^i \mid i \text{ は } 1 \text{ 以上の整数}\}$$

0, 0000, 0000000000, 000000000000000000, ...

1の2乗 2の2乗 3の2乗

4の2乗

Step 2 ~ 4

✎ 補題の性質をもつ n を仮定

$$z \neq 0^{n^2} \text{ とおく}$$

✎ z を $|uv| \leq n$ かつ $|v| \leq 1$ であるような u, v, w に分解したとする。この z は、

$$z = uvw$$

$$1 \leq |v| \leq n \quad (\leq |uv| \leq n)$$

$$uv^i w \in L \quad (i \geq 0)$$

Step 5

✎ $i=2$ のとき、

$$n^2 \leq |uv^2 w| \leq n^2 \leq n \leq (n+1)^2$$

✎ これは完全平方数ではなく、 L に含まれない。これは矛盾。

✎ よって L は正則ではない。

今日のミニテスト

✎ ミニテスト

– 演習問題 2.13 の b

– 教科書・資料を見ても良い

✎ 資料、ミニテストがない人は前へ

✎ 提出したら帰ってよし

✎ 次回

– 閉包性。