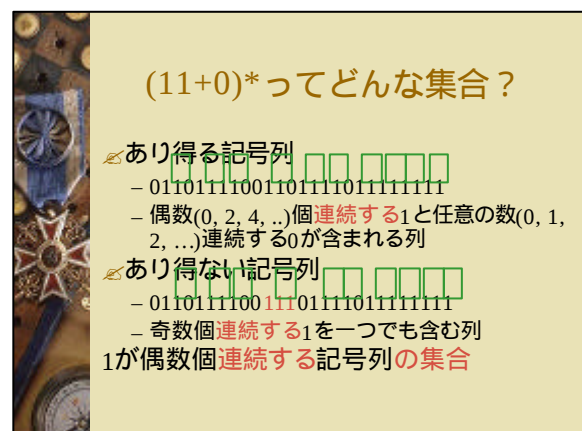
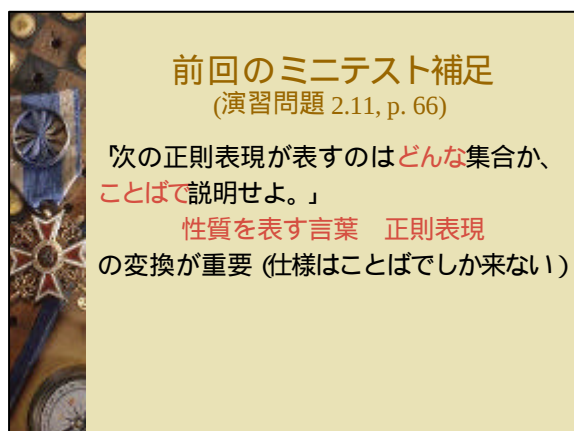
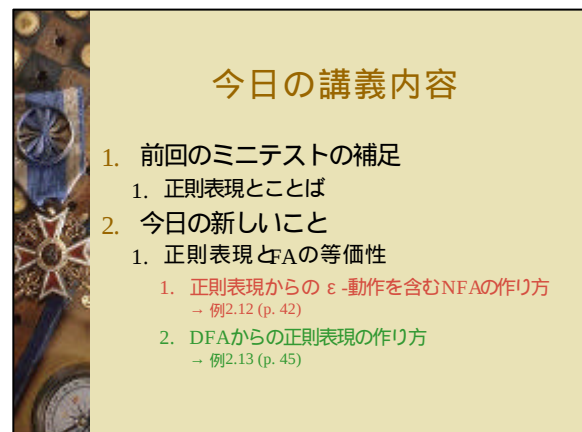
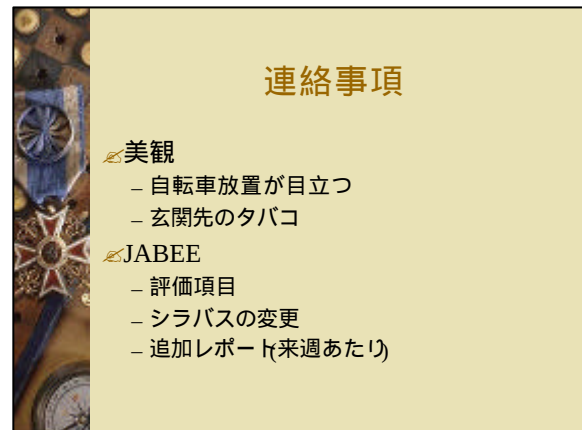




(00+1)*ってどんな集合？

あり得る記号列

- 0010011000001100111000011111
- 偶数(0, 2, 4, ...)個連続する0と任意の数(0, 1, 2, ...)連続する1が含まれる列

あり得ない記号列

- 0010011110011100111000011
- 奇数個連続する0を一つでも含む列

0が偶数個連続する記号列の集合

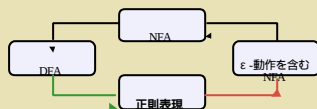
もうちょっと正規表現

慣れるためには、訓練が必要。

1. $(00+1)^*$ のバリエーション
 $(000+1)^*$: 0の個数が3の倍数連続
 $(0000+1)^*$: 0の個数が4の倍数連続
2. 記号の連続の制限
 $(1+01)^*(\varepsilon+0)$: 2個以上続く0を含まない
3. いろいろと当たってみる
 演習問題2.10, 2.11(p. 66)

今日の新しいこと

1. 正規表現とFAの等価性

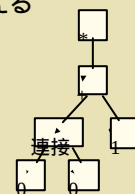


1. 正規表現からの ε -動作を含むNFAの作り方
 → NFAの生成例 (例2.12, p. 42)
2. DFAからの正規表現の作り方
 → 正規表現の生成例 (例2.13, p. 45)

正規表現からの ε -動作を含む NFAの作り方

証明(定理2.3 p. 39~)と同じ手順

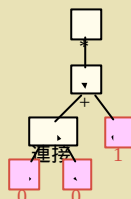
1. 括弧つきに書き換える
 $(00+1) \rightarrow ((00)+1)^*$
2. 分解していく
 1. $r = p^*$
 2. $r = r_1 + r_2, r_3 = 1$
 3. $r = r_1 + r_2, r_3 = 1, r_4 = 1$



NFAの作り方 (NFAに変換 1)

3. 末端 (最小構成)をFAに変換する

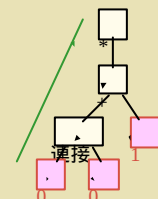
1. $r = \varepsilon$
 開始 → 終了
2. $r = 0$
 開始 → 0 → 終了
3. $r = a$
 開始 → a → 終了



NFAの作り方 (NFAに変換 2)

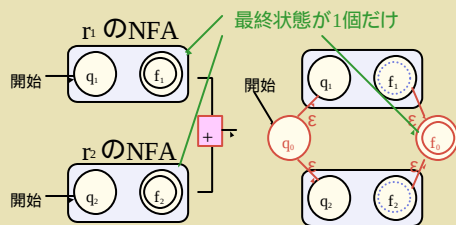
3. 末端から根に向かってどんどん変換する

1. $r = r_1 + r_2$
 → 定理2.3 (1), 図2.14 (a)
2. $r = r_1 r_2$
 → 定理2.3 (2), 図2.14 (b)
3. $r = r_1^*$
 → 定理2.3 (3), 図2.14 (c)



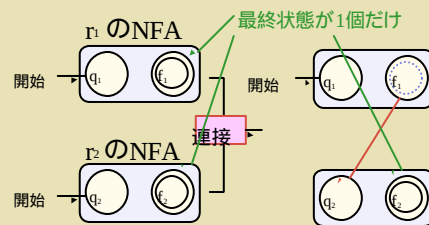
NFAの作り方

(図2.14 (a))



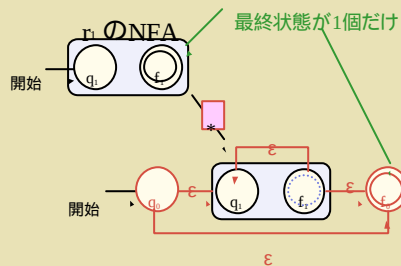
NFAの作り方

(図2.14 (b))

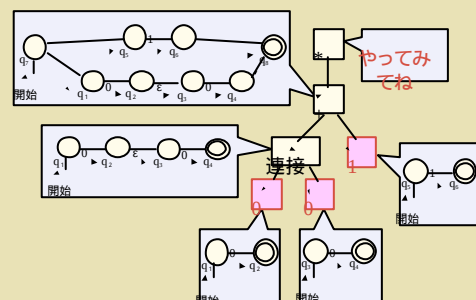


NFAの作り方

(図2.14 (c))



どんどんやってみる



NFAの生成例

(例2.12, p. 42)

正規表現: 01^*+1

1. 括弧つきに書き換える

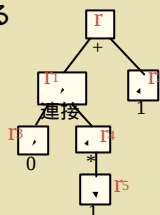
$01^*+1 \rightarrow ((0(1^*))+1)$

2. 分解していく

1. $r=r_1+r_2, r_1=0(1^*), r_2=1$

2. $r_1=r_3r_4, r_3=0, r_4=1^*$

3. $r_4=r_5^*, r_5=1$



NFAの生成例

(つづき 1)

正規表現: 01^*+1

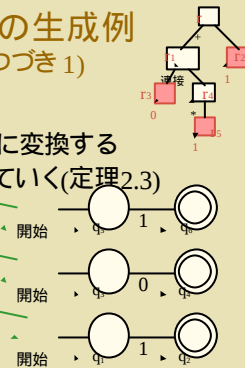
3. 最小構成をFAに変換する

4. FAを組みあげていく(定理2.3)

1. $r_4=r_5^*, r_5=1$

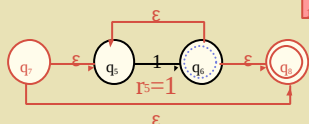
2. $r_1=r_3r_4, r_3=0$

3. $r=r_1+r_2, r_2=1$



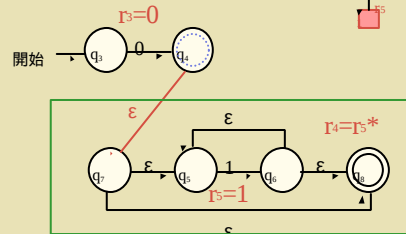
NFAの生成例 (つづき 2)

4.1. $r_4 = r_5^*$ (p. 41, 図2.14の(c))



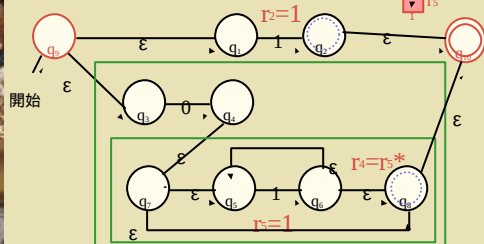
NFAの生成例 (つづき 3)

4.2. $r_1 = r_3 r_4$ (p. 41, 図2.14の(b))



NFAの生成例 (つづき 4)

4.3. $r_1 = r_1 + r_2$ (p. 41, 図2.14の(a))



DFAからの正則表現の作り方

考え方

1. ある状態からある状態の間の状態を0からひとつずつ増やしていき、
2. 状態の任意の組からなる道が生成することのできる文字列の正則表現を再帰的に拡張していき、
3. 最後に、初期状態から最終状態への道が生成できる文字列の正則表現を求める。

数学的に定義

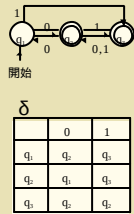
M の状態を q_i から途中 q_j より大きな番号の状態を通らずに、 q_i にたどり着くことのできる入力列の集合

$$\begin{aligned} & ?R_{ij}^k : R_{ik}^{k+1} (R_{kk}^{k+1})^* R_{kj}^{k+1} : R_{ij}^{k+1} \quad (k \geq 1) \\ & ?R_{ij}^0 : \{a \mid (q_i, a) \rightarrow q_j\} : \{?\} \quad (i \neq j \text{ のとき}) \\ & ?R_{ij}^0 : \{a \mid (q_i, a) \rightarrow q_j\} \quad (i = j \text{ のとき}) \end{aligned}$$

正則表現の式との対応

$$\begin{aligned} & ?R_{ij}^k : R_{ik}^{k+1} (R_{kk}^{k+1})^* R_{kj}^{k+1} : R_{ij}^{k+1} \quad (k \geq 1) \\ & ?R_{ij}^0 : \{a \mid (q_i, a) \rightarrow q_j\} : \{?\} \quad (i \neq j \text{ のとき}) \\ & ?R_{ij}^0 : \{a \mid (q_i, a) \rightarrow q_j\} \quad (i = j \text{ のとき}) \\ & \quad \downarrow \text{証明は p.44 ~ 45} \\ & ?r_{ij}^k : r_{ik}^{k+1} (r_{kk}^{k+1})^* r_{kj}^{k+1} : r_{ij}^{k+1} \quad (k \geq 1) \\ & ?r_{ij}^0 : a : ? \quad (i \neq j \text{ のとき}) \\ & ?r_{ij}^0 : a \quad (i = j \text{ のとき}) \end{aligned}$$

正則表現の生成例 (例2.13, p. 45)

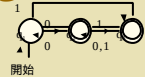


$r_{11}^0 ? \{a \mid ? (q_1, a) ? q_1\} ? ? ? ? (1 ? 1)$
 $r_{12}^0 ? \{a \mid ? (q_1, a) ? q_2\} ? 0 (1 ? 2)$
 $r_{13}^0 ? \{a \mid ? (q_1, a) ? q_3\} ? 1 (1 ? 3)$
 $r_{21}^0 ? \{a \mid ? (q_2, a) ? q_1\} ? 0 (2 ? 1)$
 $r_{22}^0 ? \{a \mid ? (q_2, a) ? q_2\} ? ? ? ? (2 ? 2)$
 $r_{23}^0 ? \{a \mid ? (q_2, a) ? q_3\} ? 1 (2 ? 3)$
 $r_{31}^0 ? \{a \mid ? (q_3, a) ? q_1\} ? \varnothing (3 ? 1)$
 $r_{32}^0 ? \{a \mid ? (q_3, a) ? q_2\} ? 0 ? 1 (3 ? 2)$
 $r_{33}^0 ? \{a \mid ? (q_3, a) ? q_3\} ? ? ? ? (3 ? 3)$

δ	0	1
q_1	q_1	q_2
q_2	q_1	q_2

どんどん進める

k=1



$r_{11}^1 ? r_{11}^0 (r_{11}^0)^* r_{11}^0 ? r_{11}^0 ? ? (?^*) ? ? ? ? ?$
 $r_{12}^1 ? r_{11}^0 (r_{11}^0)^* r_{12}^0 ? r_{12}^0 ? ? (?^*) 0 ? 0 ? 0 ? 0$
 $r_{13}^1 ? r_{11}^0 (r_{11}^0)^* r_{13}^0 ? r_{13}^0 ? ? (?^*) 1 ? 1 ? 1 ? 1$
 $r_{21}^1 ? r_{21}^0 (r_{11}^0)^* r_{21}^0 ? 0 (?^*) ? ? 0 ? 0 ? 0$
 $r_{22}^1 ? r_{21}^0 (r_{11}^0)^* r_{22}^0 ? 0 (?^*) 0 ? ? 0 0 ? ?$
 $r_{23}^1 ? r_{21}^0 (r_{11}^0)^* r_{23}^0 ? 0 (?^*) 1 ? 1 ? 0 1 ? 1$
 $r_{31}^1 ? r_{31}^0 (r_{11}^0)^* r_{31}^0 ? \varnothing (?^*) ? ? \varnothing ? \varnothing$
 $r_{32}^1 ? r_{31}^0 (r_{11}^0)^* r_{32}^0 ? \varnothing (?^*) 0 ? 0 ? 1 ? 0 ? 1$
 $r_{33}^1 ? r_{31}^0 (r_{11}^0)^* r_{33}^0 ? \varnothing (?^*) 1 ? ? ? ?$

どんどん進める

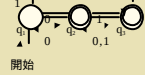
k=2



$r_{11}^2 ? r_{11}^1 (r_{11}^1)^* r_{11}^1 ? 0((00 ? ?)^*) 0 ? ? 0(00^* 0 ? ? ? (00)^* \text{開始})$
 $r_{12}^2 ? r_{11}^1 (r_{11}^1)^* r_{12}^1 ? 0((00 ? ?)^*) (00 ? ?) ? 0 ? 0(00)^* ? 0 ? 0(00)^*$
 $r_{13}^2 ? r_{11}^1 (r_{11}^1)^* r_{13}^1 ? 0((00 ? ?)^*) (01 ? 1) ? 1 ? 0(00)^* (0 ? ?) 1 ? 1$
 $? 00^* 1 ? 1 ? 0^* 1$
 $r_{21}^2 ? r_{21}^1 (r_{11}^1)^* r_{21}^1 ? (00 ? ?) (00 ? ?)^* 0 ? 0 ? 0(00^* 0 ? 0 ? (00)^*$
 $r_{22}^2 ? r_{21}^1 (r_{11}^1)^* r_{22}^1 ? (00 ? ?) (00 ? ?)^* (00 ? ?) ? (00 ? ?)$
 $? (00)^* ? 00 ? ? ? (00)^*$
 $r_{23}^2 ? r_{21}^1 (r_{11}^1)^* r_{23}^1 ? (00 ? ?) (00 ? ?)^* (01 ? 1) ? (01 ? 1)$
 $? (00)^* (0 ? ?) 1 ? 01 ? 1 ? 0^* 1 ? 01 ? 1 ? 0^* 1$
 $r_{31}^2 ? r_{31}^1 (r_{11}^1)^* r_{31}^1 ? (0 ? 1) (00 ? ?)^* 0 ? \varnothing ? (0 ? 1) (00)^* 0$
 $r_{32}^2 ? r_{31}^1 (r_{11}^1)^* r_{32}^1 ? (0 ? 1) (00 ? ?)^* (00 ? ?) ? (0 ? 1)$
 $? (0 ? 1) (00)^* ? (0 ? 1) ? (0 ? 1) (00)^*$
 $r_{33}^2 ? r_{31}^1 (r_{11}^1)^* r_{33}^1 ? (0 ? 1) (00 ? ?)^* (01 ? 1) ? ?$
 $? (0 ? 1) (00)^* (01 ? 1) ? ? (0 ? 1) (00)^* (0 ? ?) 1 ? ? ? (0 ? 1) 0^* 1 ? ?$

最終状態への道

k=3



$r_{12}^3 ? r_{13}^2 (r_{33}^2)^* r_{12}^2 ? r_{12}^2$
 $? (0^* 1) (((0 ? 1) 0^* 1 ? ?)^* (0 ? 1) (00)^* ? 0 (00)^*$
 $? 0^* 1 ((0 ? 1) 0^* 1)^* (0 ? 1) (00)^* ? 0 (00)^*$
 $r_{13}^3 ? r_{13}^2 (r_{33}^2)^* r_{13}^2 ? r_{13}^2$
 $? 0^* 1 (((0 ? 1) 0^* 1 ? ?)^* ((0 ? 1) 0^* 1 ? ?) ? (0^* 1)$
 $? 0^* 1 ((0 ? 1) 0^* 1)^* ((0 ? 1) 0^* 1 ? ?) ? 0^* 1$
 $? 0^* 1 ((0 ? 1) 0^* 1)^*$
 $r_{12}^3 ? r_{13}^3 ? 0^* 1 ((0 ? 1) 0^* 1)^* (0 ? 1) (00)^* ? (00)^* ? 0^* 1 ((0 ? 1) 0^* 1)^*$
 $? 0^* 1 ((0 ? 1) 0^* 1)^* ((0 ? 1) (00)^* ? ?) ? 0 (00)^*$

まとめ方が難しい？

演習問題 2.16 (p. 67) を使う

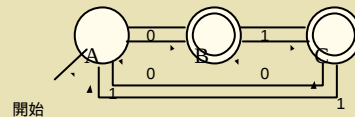
$r ? s ? s ? r$ $\varnothing^* ? ?$
 $(r ? s) ? t ? r ? (s ? t)$ $(r^*)^* ? r^*$
 $(rs)t ? r(st)$ $(? ? r)^* ? r^*$
 $r(s ? t) ? rs ? rt$ $(r^* s^*)^* ? (r ? s)^*$
 $(r ? s)t ? rt ? st$

変換例

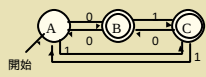
(演習問題 2.13, p. 66)

下の状態図に対応する正則表現を求めよ。

b)



とりあえず番号をつける

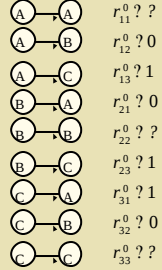


1から!

A → 1

B → 2

C → 3



$r_{11}^0 ? ?$

$r_{12}^0 ? 0$

$r_{13}^0 ? 1$

$r_{21}^0 ? 0$

$r_{22}^0 ? ?$

$r_{23}^0 ? 1$

$r_{31}^0 ? 1$

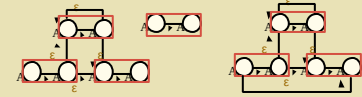
$r_{32}^0 ? 0$

$r_{33}^0 ? ?$

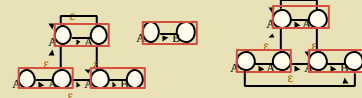
状態Aが加わった

k=1 その1

$r_{11}^1 ? r_{11}^0(r_{11}^0*)r_{11}^0 ? r_{11}^0 ? ? (?*) ? ? ? ?$



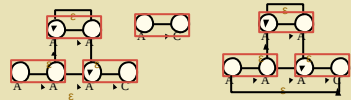
$r_{12}^1 ? r_{11}^0(r_{11}^0*)r_{12}^0 ? r_{12}^0 ? ? (?*) 0 ? 0 ? 0 ? 0$



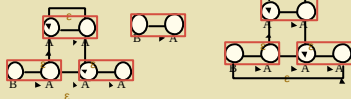
状態Aが加わった

k=1 その2

$r_{13}^1 ? r_{11}^0(r_{11}^0*)r_{13}^0 ? r_{13}^0 ? ? (?*) 1 ? 1 ? 1 ? 1$



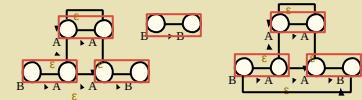
$r_{21}^1 ? r_{21}^0(r_{11}^0*)r_{21}^0 ? r_{21}^0 ? 0(0*) ? ? 0 ? 00* ? 0 ? 00*$



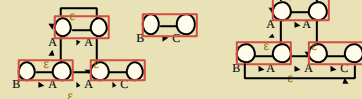
状態Aが加わった

k=1 その3

$r_{22}^1 ? r_{21}^0(r_{11}^0*)r_{22}^0 ? r_{22}^0 ? 0(?*) 0 ? ? ? 00 ? ?$



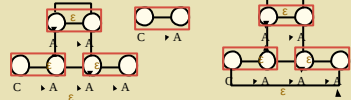
$r_{23}^1 ? r_{21}^0(r_{11}^0*)r_{23}^0 ? r_{23}^0 ? 0(?*) 1 ? 1 ? 01 ? 1$



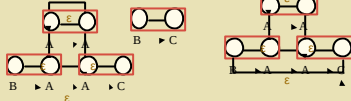
状態Aが加わった

k=1 その4

$r_{31}^1 ? r_{31}^0(r_{11}^0*)r_{31}^0 ? r_{31}^0 ? 1(?*) ? ? 1 ? 1 ? 1 ? 1$



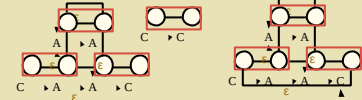
$r_{32}^1 ? r_{31}^0(r_{11}^0*)r_{32}^0 ? r_{32}^0 ? 1(?*) 0 ? 0 ? 10 ? 0$



状態Aが加わった

k=1 その5

$r_{33}^1 ? r_{31}^0(r_{11}^0*)r_{33}^0 ? r_{33}^0 ? 1(?*) 1 ? ? ? 11 ? ?$



$r_{11}^1 ? ?$

$r_{12}^1 ? 0$

$r_{13}^1 ? 1$

$r_{21}^1 ? 00*$

$r_{22}^1 ? 00 ? ?$

$r_{23}^1 ? 01 ? 1$

$r_{31}^1 ? 1$

$r_{32}^1 ? 10 ? 0$

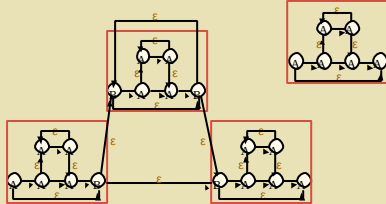
$r_{33}^1 ? 11 ? ?$

さらに状態Bが加わった

k=2 例1

$$r_{11}^2 ? r_{12}^1(r_{22}^1)r_{21}^1 ? r_{11}^1 ? 0((00 ?)^*)00^*??$$

$$? 0(00)^*00^*??$$



どんどん進める

k=2

$$r_{11}^2 ? r_{12}^1(r_{22}^1)r_{21}^1 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0 ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{12}^2 ? r_{22}^1(r_{22}^1)r_{21}^1 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{13}^2 ? r_{23}^1(r_{22}^1)r_{21}^1 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{21}^2 ? r_{22}^1(r_{22}^1)r_{21}^1 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{22}^2 ? r_{22}^1(r_{22}^1)r_{21}^1 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{23}^2 ? r_{22}^1(r_{22}^1)r_{21}^1 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{31}^2 ? r_{22}^1(r_{22}^1)r_{21}^1 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{32}^2 ? r_{22}^1(r_{22}^1)r_{21}^1 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{33}^2 ? r_{22}^1(r_{22}^1)r_{21}^1 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{11}^3 ? r_{12}^2(r_{22}^2)r_{21}^2 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{12}^3 ? r_{12}^2(r_{22}^2)r_{21}^2 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{13}^3 ? r_{12}^2(r_{22}^2)r_{21}^2 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{21}^3 ? r_{22}^2(r_{22}^2)r_{21}^2 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{22}^3 ? r_{22}^2(r_{22}^2)r_{21}^2 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{23}^3 ? r_{22}^2(r_{22}^2)r_{21}^2 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{31}^3 ? r_{22}^2(r_{22}^2)r_{21}^2 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{32}^3 ? r_{22}^2(r_{22}^2)r_{21}^2 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

$$r_{33}^3 ? r_{22}^2(r_{22}^2)r_{21}^2 ? 0((00 ?)^*)00^*?? ? 0(00)^*00^* ? 0(00)^*$$

最終状態への道

k=3

$$r_{11}^1 ? 0(00)^*00^*??$$

$$r_{12}^2 ? 0(00)^*$$

$$r_{13}^1 ? 0*1$$

$$r_{21}^1 ? (00)^*00^*$$

$$r_{22}^1 ? (00)^*$$

$$r_{23}^1 ? 0*1$$

$$r_{31}^2 ? (10 ? 0)(00)^*00^*?1$$

$$r_{32}^2 ? (10 ? 0)(00)^*$$

$$r_{33}^2 ? (10 ? 0)0*1? 11? ?$$

$$r ? r_{12}^3 ? r_{13}^3$$

$$r_{12}^3 ? r_{13}^2(r_{33}^2)r_{32}^2 ? r_{12}^2$$

$$r_{13}^3 ? r_{13}^2(r_{33}^2)r_{32}^2 ? r_{13}^2$$

最終解

k=3

$$r_{12}^2 ? 0(00)^*$$

$$r_{32}^2 ? (10 ? 0)(00)^*$$

$$r_{13}^1 ? 0*1$$

$$r_{33}^2 ? (10 ? 0)0*1? 11? ?$$

$$r_{12}^3 ? 0*1(((10 ? 0)0*1? 11? ?)*(10 ? 0)(00)^*?0(00)^*$$

$$? 0*1(((10 ? 0)0*1? 11? ?)*(10 ? 0)(00)^*?0(00)^*$$

$$? 0*1(((10 ? 0)0*1? 11? ?)*(10 ? 0)(00)^*?0(00)^*$$

$$r_{13}^3 ? 0*1(((10 ? 0)0*1? 11? ?)*(10 ? 0)(00)^*?0(00)^*$$

$$? 0*1(((10 ? 0)0*1? 11? ?)*(10 ? 0)(00)^*?0(00)^*$$

$$? 0*1(((10 ? 0)0*1? 11? ?)*(10 ? 0)(00)^*?0(00)^*$$

$$r_{12}^3 ? r_{13}^3 ? 0(00)^*?0*1((? ? ((10 ? 0)0*1? 11? ?)*(10 ? 0)(00)^*)$$

今日のミニテスト

ミニテスト

- 演習問題 2.12のa
- 教科書・資料を見ても良い

資料、ミニテストがない人は前へ

提出したら帰ってよし

次回

- 最小化ができればいいかな