



連絡事項

☞今日はレポートの回収日
 - 提出期限 :平成14年7月8日 (月) **今日**
 授業終了時に回収
 - 提出場所 :AV講義室
 欠席等で提出できなかった者は理由を明記の上
 レポートボックス9番へ(月15日まで)

今日の講義内容

☞前回の補充
 - ϵ 生成規則の消去の意味

ϵ 生成規則の消去法

$G' = (N', T, P', S')$ の構成法
 $N' = N \cup \{S'\}$ ($S' \notin N$)
 P' は次の生成規則より成る
 (i) $\epsilon \in L(G)$ ならば $S' \rightarrow \epsilon$ は生成規則である。
 (ii) $S' \rightarrow S$ は生成規則である。
 (iii) $A \rightarrow \alpha_1 A_1 \alpha_2 \dots \alpha_k A_k \alpha_{k+1} \in P$,
 $A_i \in N \cup T$ ($1 \leq i \leq k$), $\alpha_i \in N^*$ ならば
 $A \rightarrow A_1 \dots A_k$ は生成規則である($k \geq 1$).

ϵ 生成規則の消去法つづき

☞ここで、 N_i は次のように定義される。
 $n = |N|$, $i = 1, \dots, n$
 $N_1 = \{A \mid A \rightarrow \epsilon \in P\}$
 $N_{i+1} = N_i \cup \{A \mid A \rightarrow \alpha \in P, \alpha \in N_i^*\}$

ϵ 生成規則の消去対象

$G = (N, T, P, S)$ を以下のものであるとする。
 $N = \{S, A, B, C\}$, $T = \{a, b, c\}$,
 $P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow ABAC \mid B \mid a, \\ B \rightarrow C \mid b \mid \epsilon, C \rightarrow B \mid c \mid \epsilon\}$

 2つの ϵ 生成規則 ($B \rightarrow \epsilon$ と $C \rightarrow \epsilon$) を持ち
 $\epsilon \in L(G)$ である。
 $S \rightarrow AB \quad BB \quad \epsilon B \quad \epsilon \epsilon \quad \epsilon$ など

ε 生成規則の消去の意味

1. (i)で $\epsilon \in L(G)$ の時に
その生成規則を $S' \rightarrow \epsilon$ だけにする
2. (ii)で他の生成規則への道のりをつける
 $S' \rightarrow S$
3. (iii)で他の生成規則を ϵ 生成規則がなくても良いように増やす

N_i の意味

ε が現れる規則をしらみつぶし

$n=|N|$ 非終端記号の数だけ

$N_1 = \{A | A \rightarrow \epsilon \text{ } P\}$

ε になる非終端記号1個を探す

$B \rightarrow \epsilon, C \rightarrow \epsilon$ の2つ

$N_1 = \{B, C\}$

$N_{i+1} = N_i \cup \{A | A \rightarrow \alpha \text{ } P, \alpha \in N_i^*\}$

前の集合に含まれる非終端記号の閉包を生成する規則

$A \rightarrow B, N_2 = \{A, B, C\}$

$S \rightarrow AB, N_3 = \{S, A, B, C\} = N_4$

ε 生成規則の消去の影響

例えば $A \rightarrow ABAC$ について

単に ε 生成規則を削ってしまうと

$A \rightarrow ABAC \rightarrow BBAC \rightarrow \epsilon BAC \rightarrow \epsilon \epsilon AC$

$\epsilon aC \rightarrow ac$

のような語が生成されなくなる。

これを補うために

生成規則を増やす必要がある。

ε 生成規則の消去を補う

ABACのうち、どれもが ε に変わりうる。

ABAC

$(A)BAC, A(B)AC, AB(A)C, ABA(C)$

$(AB)AC, (A)B(A)C, (A)BA(C), A(BA)C,$

$A(B)A(C), AB(AC)$

$(ABA)C, (AB)A(C), (A)B(AC), A(BAC)$

プッシュダウンオートマトン

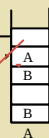
(pushdown automaton)

PDA = FA + プッシュダウンストア

プッシュダウンストア (スタック)

- 記号列を記憶している
- プッシュダウンヘッドが一番上の記号を指す
- 一番上の記号 (トップ記号)のみ読める
- 2つの操作

- プッシュ(push): 新たな記号列を積み
- ポップ(pop): トップ記号を取り除く



PDAの定義

プッシュダウンオートマトン

(pushdown automaton (pda))

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$

Q : 状態の有限集合。

Σ : 入力アルファベット。

Γ : プッシュダウンストアのアルファベット

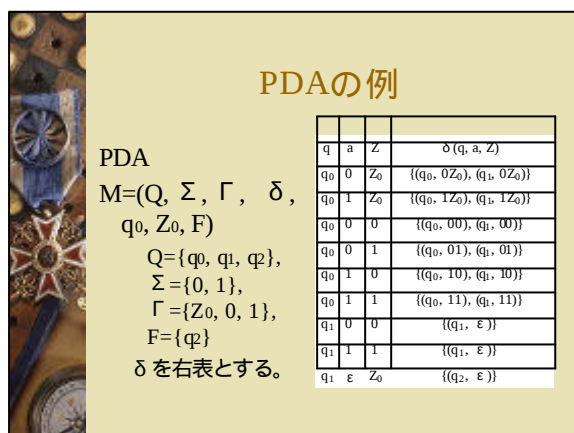
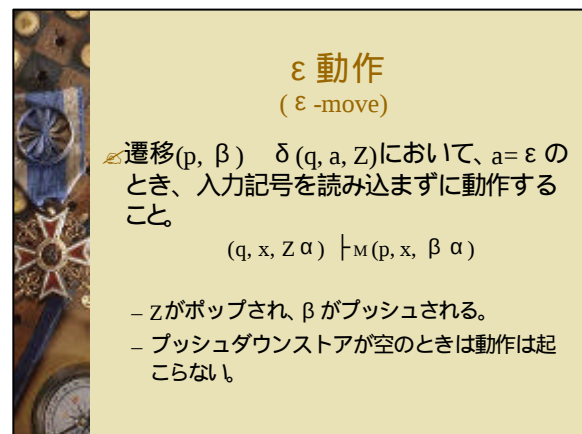
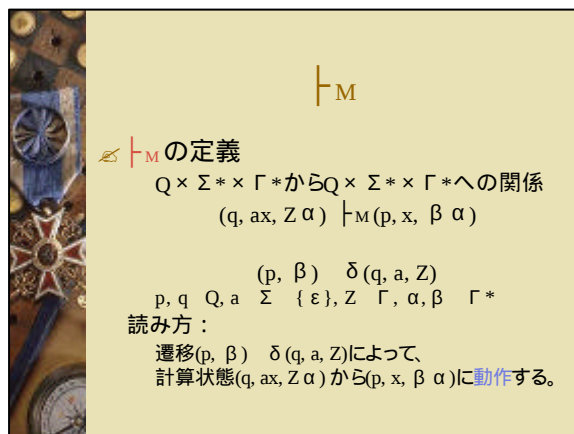
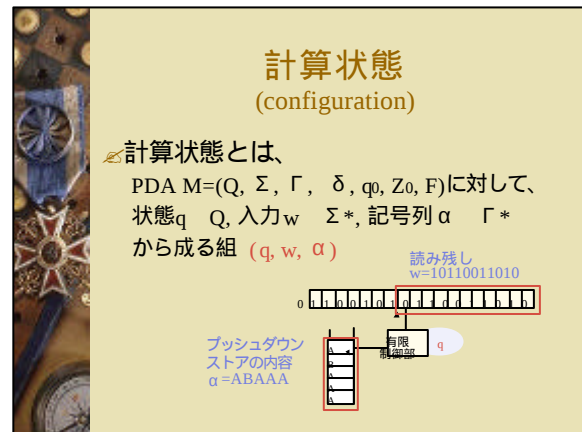
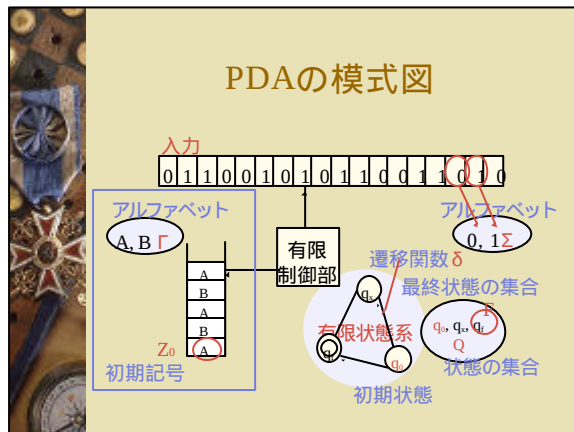
δ : 遷移関係 = 遷移の集合

$Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma \times Q \times \Gamma^*$ の有限部分集合。
(q, a, Z, p, α) δ のとき、(p, α) δ (q, a, Z) と書く。

q_0 : 初期状態、 $q_0 \in Q$

Z_0 : 初期記号、 $Z_0 \in \Gamma$

F : 最終状態の集合、 $F \subseteq Q$



$$\vdash_M^*, \vdash_M^t$$

✎ $\vdash_M^*$

= $\vdash_M$ の反射的かつ推移的閉包

✎ $\vdash_M^t$

= $(p_0, w_0, \alpha_0) \vdash_M (p_1, w_1, \alpha_1) \vdash_M \dots \vdash_M (p_t, w_t, \alpha_t)$
t: 計算のステップ数

✎ 省略形

$\vdash^*, \vdash^t$

2種類の受理

1. 最終状態によって受理

入力wに対して、q, Qと γ Γ^* が存在して

$(q_0, w, Z_0) \vdash_M (q, \varepsilon, \gamma)$

$L(M)$: 最終状態によって受理される記号列の集合

2. 最終状態と空ストアによって受理

入力wに対して、q, Qが存在して

$(q_0, w, Z_0) \vdash_M (q, \varepsilon, \varepsilon)$

$N(M)$: 最終状態と空ストアによって受理される記号列の集合

受理の例

$(q_0, 0110, Z_0)$	$\vdash_M (q_0, 110, 0Z_0)$
$\begin{array}{ c c c } \hline q & a & Z \\ \hline q_0 & 0 & Z_0 \\ \hline \end{array}$	$\vdash_M (q_1, 10, 10Z_0)$
$\begin{array}{ c c c } \hline q_0 & 1 & Z_0 \\ \hline \end{array}$	$\vdash_M (q_1, 0, 0Z_0)$
$\begin{array}{ c c c } \hline q_0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$	$\vdash_M (q_1, \varepsilon, Z_0)$
$\begin{array}{ c c c } \hline q_0 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$	$\vdash_M (q_2, \varepsilon, \varepsilon)$
$\begin{array}{ c c c } \hline q_1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{ c c c } \hline q_1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{ c c c } \hline q_1 & \varepsilon & Z_0 \\ \hline \end{array}$	

0110 $L(M)$ かつ0110 $N(M)$
 $L(M)=N(M)=\{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$
 w^R はwの反転

2つの受理は同値

言語 $L \subseteq \Sigma^*$ に対して、次の(1)(2)は同値

(1) あるPDA Mに対して $L=L(M)$ となる。

(2) あるPDA Mに対して $L=N(M)$ となる。

証明ステップ a

$L(M)$ なMから変換

$L=L(M)$ な $M=(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$

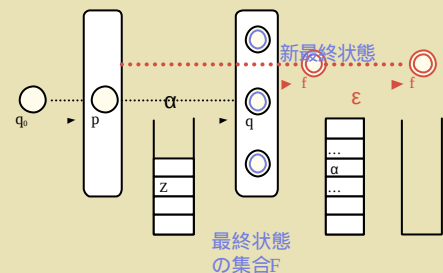
から、 $M'=(Q \cup \{f\}, \Sigma, \Gamma, \delta', q_0, Z_0, \{f\})$

を作る。 δ' は δ に次の遷移を加えたもの。

(i) $(q, \alpha) \xrightarrow{\delta} (p, a, Z)$ かつ $q \in F$ のとき、
 $(f, \alpha) \xrightarrow{\delta'} (p, a, Z)$

(ii) すべての $Z \in \Gamma$ に対して $(f, \varepsilon) \xrightarrow{\delta'} (f, \varepsilon, Z)$

変換の意味 a



証明ステップ b

$N(M')$ な M' から変換

$L=N(M')$ な $M=(Q', \Sigma', \Gamma', \delta', q_0', Z_0', F')$
から、 $M=(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, S, F)$
を作る。

$Q=Q' \cup \{q_0, f\}$ (ただし $q_0 \notin Q'$)

$\Gamma=\Gamma' \cup \{S\}$ (ただし $S \notin \Gamma'$)

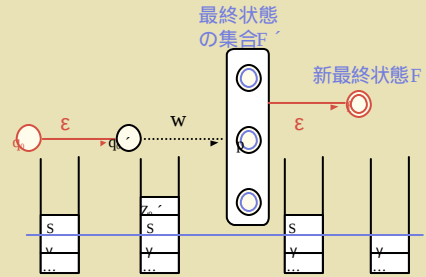
$F=\{f\}$

δ は δ' に次の遷移を加えたもの。

(i) $\delta(q_0, \varepsilon, S)=\{(q_0', Z_0' S)\}$

(ii) $\delta(p, \varepsilon, S)=\{(f, \varepsilon)\}$ ただし $p \in F'$

変換の意味 b



今日のミニテスト

- ✂は無し
- ✂レポート提出で替える
レポートを提出できない人は前へ
- ✂レポート提出したら帰って良し