計算の理論 I
－言語とオートマトン－

月曜3校時
大月 美佳

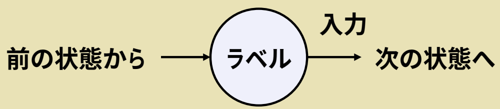
今日の講義内容

- オートマトンについて
- DFA (決定性有限オートマトン)
- ミニテスト
- レポート課題

有限状態系

- 状態(state)って何？
  - 受け付け可能な入力 (離散)
  - 可能な前後の状態

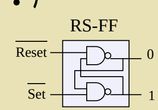
  などの記憶 (内部構成)

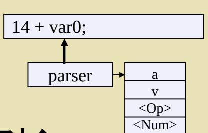


- 状態が有限個→有限状態系

有限状態系の例

- スイッチング回路
- 語彙解析部 (コンパイラ、テキストエディタ)
- 計算機そのもの (？→無限の容量)
- 人間の脳 (？)

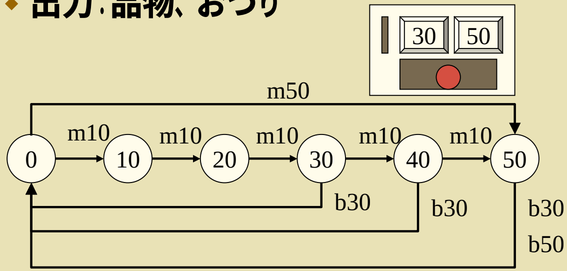




⇒モデル化：有限オートマトン

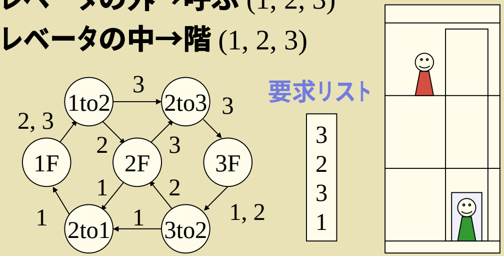
自動販売機

- 入力：お金(m10, m50)、ボタン(b30, b50)
- 出力：品物、おつり



エレベータ

- 入力
  - エレベータの外→呼ぶ (1, 2, 3)
  - エレベータの中→階 (1, 2, 3)



教科書の例

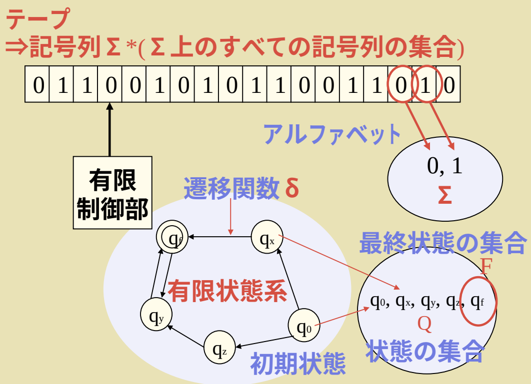
- 2.1節 p.40〜
  - 電子マネー決済システム

決定性有限オートマトン

- 決定性有限オートマトン(deterministic finite automaton, **DFA**)
  - 有限個の状態の集合 Q
  - （有限の）入力アルファベット Σ
  - 入力記号によって引き起こされる状態遷移
    - 遷移関数 $\delta : Q \times \Sigma$ からQへの写像
  - 初期状態 $q_0 \in Q$
  - 最終状態の集合 $F \subseteq Q$

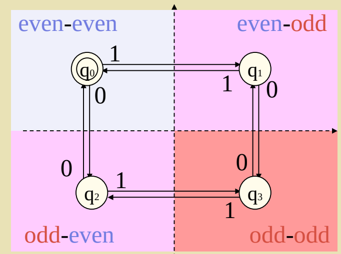
→ $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

DFAの模式図



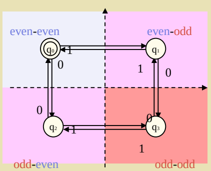
DFAの遷移図

- 何をしてるFA？



DFAの定義式

- M=(Q, **Σ**, **δ**, q_0, F)
  - Q = { q_0, q_1, q_2, q_3 }
  - **Σ** = { 0, 1 }
  - F = { q_0 }
  - **δ**(q, a)→



入力：a

	0	1
*→q_0	q_2	q_1
q_1	q_3	q_0
q_2	q_0	q_3
q_3	q_1	q_2

状態：q

入力記号列への拡張

- $\hat{\delta}$: Q×Σ* からQへの関数
  1. $\hat{\delta}(q,\varepsilon) = q$
     → 入力がないときはFAの状態は変化しない
  2. 任意の列 w と記号 a に対して
     $\hat{\delta}(q, wa) = \delta(\hat{\delta}(q,w), a)$
     → wが入力された状態からaが入力されて遷移する状態がwaが入力された状態

$\hat{\delta} = \delta$

$$\hat{\delta}(q,a) = \delta(\hat{\delta}(q,\varepsilon),a) = \delta(q,a)$$

受理

- **入力列xを有限オートマトンMで受理する**
  - → $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$のとき $\delta(q_0, x) \in F$
- **受理言語**
  - → $L(M) = \{ x \mid \delta(q_0, x) \in F \}$
- **正則集合（正則）**
  - → ある言語が有限オートマトンの受理言語であること（部分集合でなく全体）

DFAの受理言語

- L(M) : **受理言語＝正則集合**

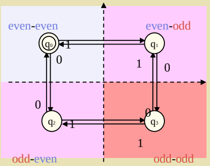
  ＝0と1がそれぞれ偶数個含まれた列の集合

  例： 110101

  $\delta(q_0, 1) \rightarrow q_1$, $\delta(q_1, 1) \rightarrow q_0$,

  $\delta(q_0, 0) \rightarrow q_2$, $\delta(q_2, 1) \rightarrow q_3$,

  $\delta(q_3, 0) \rightarrow q_1$, $\delta(q_1, 1) \rightarrow q_0$,



最後に

- **ミニテストと解答**
  - ミニテストは回収
- **レポート出題**
  - 〆切：5/14（講義終了時に回収）
    - 当日に出席できなかった場合にはレポートBOX9番へ
  - 提出形態：配った課題を表紙にA4の紙を追加する