

計算の理論 I

最小化

月曜3校時
大月 美佳

平成15年6月23日

佐賀大学知能情報システム学科

1

今日の講義内容

1. 正則表現の等価性と最小性
2つの正則表現(あるいはFA)が等価かどうか
2. 穴埋めアルゴリズム
3. ミニテスト
4. レポート出題

平成15年6月23日

佐賀大学知能情報システム学科

2

FAの等価性と最小性

教科書4.4節

任意のDFAについて最小なDFAが存在

最小化

最小なDFAの構成は同一である

等価

最小化 = 同値な状態を除けばよい

同値な状態とは？

区別可能(distinguishable) p.176

平成15年6月23日

佐賀大学知能情報システム学科

3

(表の)穴埋めアルゴリズム (p.177)

Table-filling algorithm

区別可能な状態の対を再帰的に発見する

$DFAM = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

$p, q \in Q, x \in \Sigma^*$

区別可能(distinguishable)
= 一方が最終状態で
もう一方が最終でない

$p \equiv q$

⇕ 同値(equivalent)

各入力列 x に対し、 $\delta(p, x)$ と $\delta(q, x)$ は
ともに最終状態であるか、
またはともに最終状態でない。

平成15年6月23日

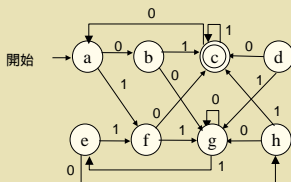
佐賀大学知能情報システム学科

4

穴埋めアルゴリズム:手順

- ◆ 二つの状態が同値でないものにX印をつけていって、残ったものが同値類になる。

教科書とは別の例:



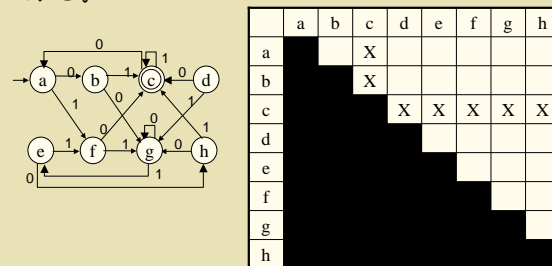
平成15年6月23日

佐賀大学知能情報システム学科

5

ステップ1

- ◆ 最終状態とそうでない状態の組にXをつける。



平成15年6月23日

佐賀大学知能情報システム学科

6

ステップ2

- ◆ まだXのついてない場所(区別可能か分かっていない場所)を調べる。

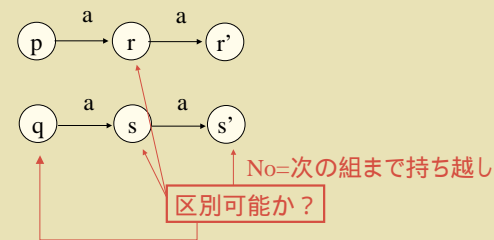
- (p, q)から、各記号aについて $r = (p, a)$ と $s = (q, a)$ を求める。
- (r, s)のどちらかに既にXがついていたら、(p, q)にもXをつける。
 - (r, s)がxで区別可能なら(p, q)はaxで区別可能だから。
- (r, s)のどれもXがついていなかったら、(p, q)を(r, s)のリストに加える。
 - 将来(r, s)にXがついたら(p, q)にXをつけるため。

平成15年6月23日

佐賀大学知能情報システム学科

7

区別可能の持ち越し



平成15年6月23日

佐賀大学知能情報システム学科

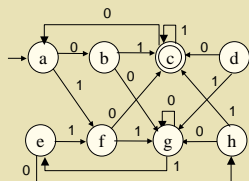
8

ステップ2 詳細 (a, b)

◆ 例: (a, b)の組について

- ((a, 0), (b, 0)) = (b, g)

- ((a, 1), (b, 1)) = (f, c) **区別可能**



	a	b	c	d	e	f	g	h
a		X	X					
b			X					
c				X	X	X	X	X
d								
e								
f								
g								
h								

平成15年6月23日

佐賀大学知能情報シ

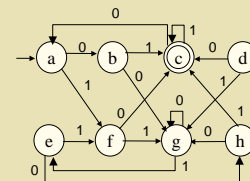
9

ステップ2 詳細 (a, d)

◆ 例: (a, d)の組について

- ((a, 0), (d, 0)) = (b, c) **区別可能**

- ((a, 1), (d, 1)) = (f, g)



	a	b	c	d	e	f	g	h
a		X	X	X				
b			X					
c				X	X	X	X	X
d								
e								
f								
g								
h								

平成15年6月23日

佐賀大学知能情報シ

10

ステップ2 詳細 (a, e)

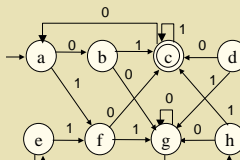
◆ 例: (a, e)の組について

- ((a, 0), (e, 0)) = (b, h)

(b, h)のリストに(a, e)を加える。

- ((a, 1), (e, 1)) = (f, f)

1で始まる列はない



(b, h)	(a, e)
--------	--------

平成15年6月23日

佐賀大学知能情報システム学科

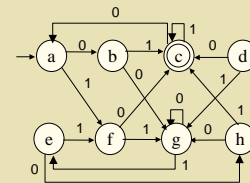
11

ステップ2 詳細 (a, f)

◆ 例: (a, f)の組について

- ((a, 0), (f, 0)) = (b, c) **区別可能**

- ((a, 1), (f, 1)) = (f, g)



	a	b	c	d	e	f	g	h
a		X	X	X		X		
b			X					
c				X	X	X	X	X
d								
e								
f								
g								
h								

平成15年6月23日

佐賀大学知能情報シ

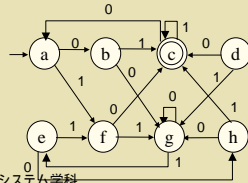
12

ステップ2 詳細 (a, g)

◆ 例: (a, g)の組について

- ((a, 0), (g, 0)) = (b, g)
(b, g)のリストに(a, g)を加える。
- ((a, 1), (g, 1)) = (f, e)
(f, e)のリストに(a, g)を加える。

(b, h)	(a, e)
(b, g)	(a, g)
(f, e)	(a, g)



平成15年6月23日

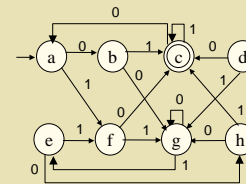
佐賀大学知能情報システム学科

13

ステップ2 詳細 (a, h)

◆ 例: (a, h)の組について

- ((a, 0), (h, 0)) = (b, g)
- ((a, 1), (h, 1)) = (f, c) 区別可能



	a	b	c	d	e	f	g	h
a		X	X	X			X	
b			X					
c				X	X	X	X	X
d								
e								
f								
g								
h								

平成15年6月23日

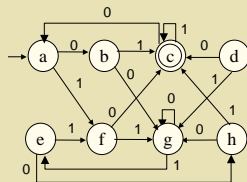
佐賀大学知能情報シ

14

ステップ2 詳細 (b, d)

◆ 例: (b, d)の組について

- ((b, 0), (d, 0)) = (g, c) 区別可能
- ((b, 1), (d, 1)) = (c, g) 区別可能



	a	b	c	d	e	f	g	h
a		X	X	X			X	X
b			X	X				
c				X	X	X	X	X
d								
e								
f								
g								
h								

平成15年6月23日

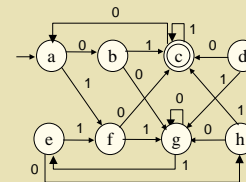
佐賀大学知能情報シ

15

ステップ2 詳細 (b, e)

◆ 例: (b, e)の組について

- ((b, 0), (e, 0)) = (g, h)
- ((b, 1), (e, 1)) = (c, f) 区別可能



	a	b	c	d	e	f	g	h
a		X	X	X			X	X
b			X	X	X			
c				X	X	X	X	X
d								
e								
f								
g								
h								

平成15年6月23日

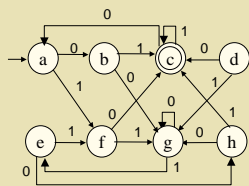
佐賀大学知能情報シ

16

ステップ2 詳細 (b, f)

◆ 例: (b, f)の組について

- ((b, 0), (f, 0)) = (g, c) **区別可能**
- ((b, 1), (f, 1)) = (c, g) **区別可能**



	a	b	c	d	e	f	g	h
a		X	X	X		X		X
b			X	X	X	X		
c				X	X	X	X	X
d								
e								
f								
g								
h								

平成15年6月23日

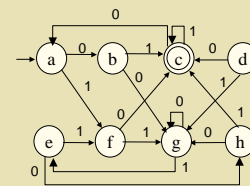
佐賀大学知能情報シ

17

ステップ2 詳細 (b, g)

◆ 例: (b, g)の組について

- ((b, 0), (g, 0)) = (g, g)
- ((b, 1), (g, 1)) = (c, e) **区別可能**



	a	b	c	d	e	f	g	h
a		X	X	X		X		X
b			X	X	X	X	X	
c				X	X	X	X	X
d								
e								
f								
g								
h								

平成15年6月23日

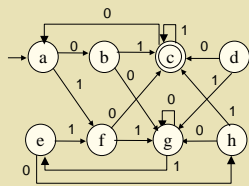
佐賀大学知能情報シ

18

ステップ2 詳細 連鎖

◆ 例: (b, g)からの連鎖

(b, h)	(a, e)
(b, g)	(a, g)
(f, e)	(a, g)



	a	b	c	d	e	f	g	h
a		X	X	X		X	X	X
b			X	X	X	X	X	
c				X	X	X	X	X
d								
e								
f								
g								
h								

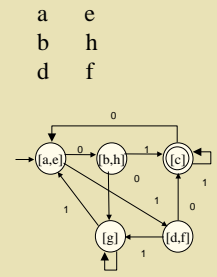
平成15年6月23日

佐賀大学知能情報シ

19

例の最終結果

	a	b	c	d	e	f	g	h
a		X	X	X	X	X	X	X
b			X	X	X	X	X	X
c				X	X	X	X	X
d					X	X	X	X
e						X	X	X
f							X	X
g								X
h								



平成15年6月23日

佐賀大学知能情報システム学科

20

ミニテストと次回内容

- ◆ ミニテスト
教科書・資料を見ても、友達と相談しても良い
- ◆ ミニテストを提出すること
出したら帰ってよし
- ◆ 次回(6/30)内容
文脈自由文法 (CFL)

レポートについて

- ◆ 〆切: 2003年7月14日 講義終了時
- ◆ 内容:
正則表現 -NFA DFA 最小のDFA
注意:
 - NFAからいきなり最小化はできない
 - DFAが最小に見えても穴埋めアルゴリズムを使って最小であることを示すこと
- ◆ 配点: 100点中20点