



計算の理論 I

反復補題

月曜3校時
大月 美佳

平成15年7月14日

佐賀大学知能情報システム学科

1

今日の講義内容

- ◆ 反復補題
 - 正則表現かどうか
 - 素数の例: 教科書
 - ほか例

平成15年7月14日

佐賀大学知能情報システム学科

2

連絡事項

- ◆ レポート回収
 - 講義終了時に回収
 - 配点: 100点中20点
- ◆ 16日は講義
 - 14回目で必須
 - 試験について
- ◆ 試験日は28日

平成15年7月14日

佐賀大学知能情報システム学科

3

反復補題

- ◆ 別名
 - ポンプの定理 (pumping lemma)
- ◆ 何がしたいのか(p. 140 4.1.2)
 - 何か言語が与えられたとき、正則でないことを示す。
- ◆ 正則でない言語
 - 例1: 0が2乗の個数であるような記号列の集合
 - 例2: 0と1の記号列を2進数とみたとき、素数であるような記号列の集合
 - 教科書の例: p. 143 例4.3

平成15年7月14日

佐賀大学知能情報システム学科

4

正則言語に対する反復補題 (p.140 定理4.1)

- ◆ 正則集合Lに対して次の条件を満たす定数nが存在する。
zがLに属する語で $|z| \leq n$ ならば、適当な語u, v, wを選んで、
 $z = uvw, |uv| \leq n, |v| \geq 1, uv^i w \in L (i \geq 0)$
を満たすようにすることができる。このnは、Lを受理する最小の(すなわち状態数が最も少ない)FAの状態数を超えない。

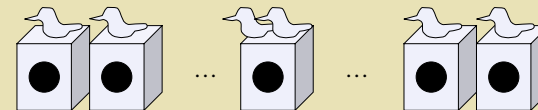
平成15年7月14日

佐賀大学知能情報システム学科

5

鳩の巣原理？

n個の巣箱にn+1羽の鳩
どこかひとつの巣箱には2羽の鳩が...



平成15年7月14日

佐賀大学知能情報システム学科

6

正則でないことの示し方 (背理法)

1. 正則でないことを示す対象言語:L
2. Lに対して補題の性質をもつ数nを仮定する(敵の仮定)。仮定後変更してはならない。
3. Lの元zをひとつ決める($|z| \leq n$)。
4. zを、 $|uv| \leq n$ かつ $|v| \geq 1$ であるようなu, v, wに分解する(敵の作業)
5. $uv^i w$ がLに入らないようなiを指摘する。どのようなnに対してもこれを示す。

平成15年7月14日

佐賀大学知能情報システム学科

7

例1

Step 1 調べたい言語L

- ◆ 0の列で、長さが完全平方数であるものの全体

$$L = \{0^{i^2} \mid i \text{は1以上の整数}\}$$

- ◆ 0, 0000, 0000000000, 00000000000000000000, ...
- Red arrows point from the text below to the corresponding strings in the list above:
- 1の2乗 (points to 0)
 - 2の2乗 (points to 0000)
 - 3の2乗 (points to 0000000000)
 - 4の2乗 (points to 00000000000000000000)

平成15年7月14日

佐賀大学知能情報システム学科

8

Step 2 ~ 4

- ◆ 補題の性質をもつ n を仮定
 $z = 0^{n^2}$ とおく
- ◆ z を $|uv| \leq n$ かつ $|v| \leq 1$ であるような u, v, w に分解したとする。この z は、

$$z = uvw$$

$$1 \leq |v| \leq n \quad (\because |uv| \leq n)$$

$$uv^i w \in L \quad (i \geq 0)$$

平成15年7月14日

佐賀大学知能情報システム学科

9

Step 5

- ◆ $i=2$ のとき、
 $n^2 \leq |uv^2w| \leq n^2 + n < (n+1)^2$
- ◆ これは完全平方数ではなく、 L に含まれない。これは矛盾。
- ◆ よって L は正則ではない。

平成15年7月14日

佐賀大学知能情報システム学科

10

レポート回収と次回内容

- ◆ レポート回収
出席チェックを兼ねる
(忘れた人は申し出よ)
出したら帰ってよし
- ◆ 次回(7/16)内容
試験について

平成15年7月14日

佐賀大学知能情報システム学科

11