計算の理論 I
非決定性有限オートマトン(NFA)

火曜3校時
大月 美佳

今日の講義内容

1. 前回のおさらい
   記号列、遷移関数、FA
2. 今日の新しいこと
   1. 非決定性有限オートマトン(NFA)
3. ミニテストとレポート提出

記号列の復習

- 以下の定義を思い出せ
  - 記号列、記号列wの長さ|w|、空列 ε
  - 連接、連接の単位元
- 定義から、
  - 空列 ε の長さ| ε |=0
  - w ε = w

  長さ0の文字列(= ε)を0とように

DFAの復習

- 有限状態系のモデル
  ⇒有限オートマトン (FA)
  例：電子マネー、自動販売機
- FAの定義

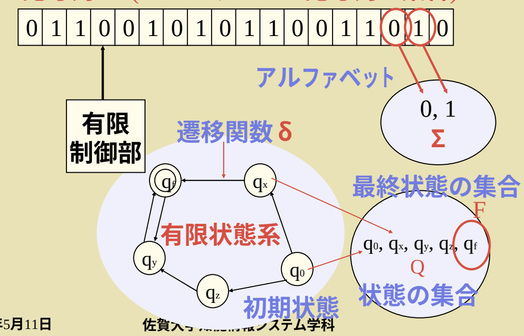
$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

DFAの定義式

- M = (Q, Σ, δ, q_0, F)
  - 有限個の状態の集合 Q
  - (有限の) 入力アルファベットΣ
  - 入力記号によって引き起こされる状態遷移
    - 遷移関数δ：Q×ΣからQへの写像
  - 初期状態 q_0∈Q
  - 最終状態の集合 F⊆Q

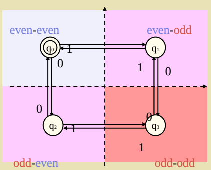
DFAの模式図

テープ
⇒記号列Σ*(Σ上のすべての記号列の集合)



DFAの例

- M=(Q, Σ, δ, q_0, F)
  - Q = { q_0, q_1, q_2, q_3 }
  - Σ = { 0, 1 }
  - F = { q_0 }
  - δ(q, a)→



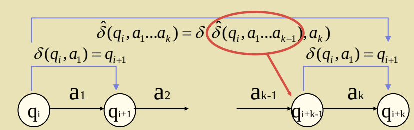
入力：a

状態：q

	0	1
q_0	q_2	q_1
q_1	q_3	q_0
q_2	q_0	q_3
q_3	q_1	q_2

DFAの遷移関数の拡張

- δの拡張定義に注意
  1. $\hat{\delta}(q,\varepsilon)=q$
  2. 任意の列wと記号aに対して
     $\hat{\delta}(q,wa)=\delta(\hat{\delta}(q,w),a)$



受理について

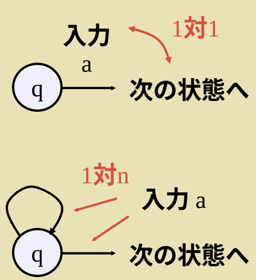
- 入力列xを有限オートマトンMで**受理する**
  → $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$のとき $\delta(q_0, x) \in F$
  ⇒要するに、xのとおり遷移すると最終状態になるということ
- **受理言語＝正則集合（正則）**
  受理される入力記号列の集合
  正則＝正規

今日の新しいこと

- **非決定性有限オートマトン**
  (nondeterministic finite automaton, NFA)
  1つの入力記号について状態遷移が0個以上

  ⇔決定性有限オートマトン (deterministic finite automaton, DFA)
  1つの入力記号について状態遷移が1つずつ

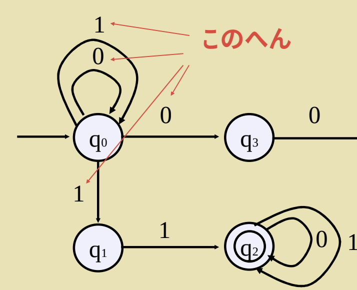
決定性と非決定性



⇒ある記号列に対して道がひとつ決まる
＝**決定性**
(deterministic)

⇒ある記号列に対して道が複数あって決まらない
＝**非決定性**
(nondeterministic)

NFAの例



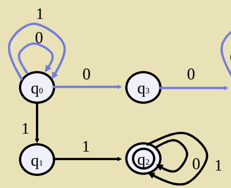
NFAでの受理

- 入力列に対して状態遷移がひとつでもあれば受理

受理される入力列の例：01001

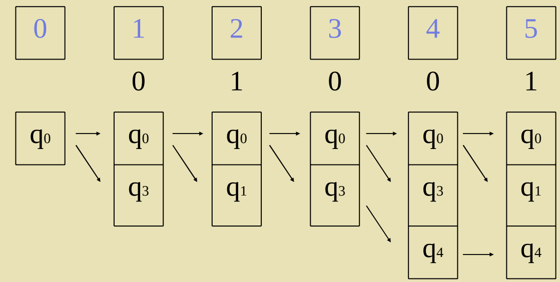
$q_0, q_0, q_0, q_3, q_4, q_4$

注意：
最終状態でとまらなければならないということはない

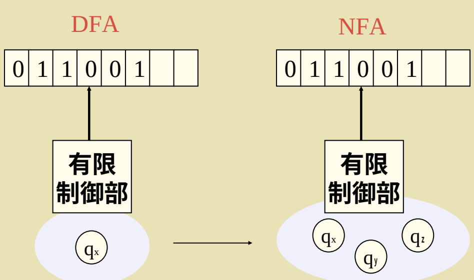


NFAの取りうる状態

- NFAは同時刻に複数の状態を取りうる



有限制御機としてのNFA



とりうる状態が複数に

NFAの定義式

- $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
  - DFAと同じ？→遷移関数δが違う
  - δ：$Q \times \Sigma$ から $\boxed{\text{Qのベキ集合}(2^Q)}$ への関数
    =Qの部分集合の集合
  - Q：状態の集合
  - Σ：入力アルファベット
  - q_0：初期状態
  - F：最終状態の集合

NFAの遷移関数の例

- 例の遷移関数δ

入力

状態		0	1
	q_0	$\{q_0, q_3\}$	$\{q_0, q_1\}$
	q_1	$\emptyset$	$\{q_2\}$
	q_2	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$
	q_3	$\{q_4\}$	$\emptyset$
	q_4	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$

δの拡張

- DFAの時と同様にδを拡張

  δ：Q×ΣからQのベキ集合への関数

  →δ：Q×Σ*からQのベキ集合への関数

  要するに、入力記号だったのを入力列に拡張
- 最終的なδ：Qのベキ集合×Σ*からQのベキ集合への関数

$$\delta(P, w) = \bigcup_{q \in P} \delta(q, w)$$

ここで、PはQの任意の部分集合

受理集合

- 受理集合L(M)を以下のように定義

  L(M)={w| δ(q_0, w)がFの状態を少なくとも一つ含む}

ここで、M=NFA(Q, Σ, δ, q_0, F)とする

ミニテストとレポート

- ミニテスト
  - 教科書・資料を見ても、友達と相談しても良い
  - 15分後に指名された人は板書
- ミニテストとレポートを提出すること
- 出したら帰って良し