

計算の理論 I
定期試験問題
2002 年 7 月 29 日 (月)

以下の問いから、5 点問題を 2 問、10 点問題を 3 問選んで解答せよ。各解答のはじめにどの問題を選択したか問題番号を書くこと。(5 点×2 問+10 点×3 問=40 点)

問題 1 (5 点問題)

整数上の関係<は推移的か。理由を示して述べよ。また対称的か。これも理由を示して述べよ。

問題 2 (5 点問題)

次の式を帰納法で証明せよ。
$$\sum_{i=0}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

問題 3 (5 点問題)

文脈自由文法 $G=(N, \Sigma, P, S)$ 、 $N=\{S\}$ 、 $\Sigma=\{0, 1, +, *, (,)\}$ 、 $P=\{S \rightarrow 0 \mid 1 \mid (S+S) \mid (SS) \mid (S^*)\}$ とする。
(((01)+0)*(0+1))を最左導出し、構文木を書け。

問題 4 (10 点問題)

δ を DFA の遷移関数とすると、各入力列 x, y に対して $\delta(q, xy) = \delta(\delta(q, x), y)$ が成り立つことを示せ。(ヒント: $|y|$ に関する帰納法を使う。)

問題 5 (10 点問題)

次の生成規則をもつ文法 (N, T, P, S) 、 $N=\{S\}$ 、 $T=\{0, 1, +, *, (,)\}$ 、 $P=\{S \rightarrow 0 \mid 1 \mid (S+S) \mid (SS) \mid (S^*)\}$ について等価な CNF 文法を作れ。

問題 6 (10 点問題)

文脈自由文法 $G=(N, T, P, S)$ 、 $N=\{S\}$ 、 $T=\{0, 1, +, *, (,)\}$ 、 $P=\{S \rightarrow 0 \mid 1 \mid (S+S) \mid (SS) \mid (S^*)\}$ とする。NPDA を構成せよ。

問題 7 (10 点問題)

NPDA $M=(Q, T, \delta, q_0, Z_0, F)$ 、 $Q=\{q_0\}$ 、 $T=\{a, b\}$ 、 $\delta=\{A, a, b\}$ 、 $Z_0 = A$ 、 $F=\{q_0\}$ 、
 $\delta(q_0, a, A) = \{(q_0, ab), (q_0, aAb)\}$ 、 $\delta(q_0, a, a) = \{(q_0,)\}$ 、 $\delta(q_0, b, b) = \{(q_0,)\}$ とする。この NPDA と等価な文脈自由文法を構成せよ。