計算の理論 II 出席チェック兼用ミニテスト用紙 2004 年 10 月 04 日	学籍番号	
	名　前	

問題 1

{0, 1, a}, a, {a, 1, ε}, 010, φ, ε, $\{0^n1^n \mid n \geqq 0\}$, 0

のうち、

(1)　特別な意味を持つ「記号」を選び、その意味を書け。

(2)　0 と 1 からなる記号列を示せ。

(3)　「アルファベット」としてふさわしいものはどれか。

(4)　「言語」と思われるものを挙げよ。

1)　特別な意味を持つ記号は、φ, ε であり、それぞれ、空集合、空列を表す。

2)　記号列は記号が 0 個以上連続したものである。010, 空列 ε, 0 の 3 つが 0 と 1 からなる記号列とみなせる。

3)　アルファベットに含まれる要素は空列や連続する記号ではない。この条件を満たすのは、{0, 1, a}のみ。

4)　言語は、空列や連続する記号を含んでいてもよい。また、無限集合であってもよい。よって、上記のうちでは{0, 1, a}, {a, 1, ε}, φ, $\{0^n1^n \mid n \geqq 0\}$ が言語と呼べる。

問題 2

次の式を帰納法で証明せよ。

すべての n≧0 について、　$\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

1)　n=0 のとき、$\displaystyle\sum_{i=1}^{0} i^2 = 0, \ \frac{0(0+1)(2\times 0+1)}{6} = 0$ より与式は成り立つ。

2)　n=k-1 のとき、与式が成り立つとする。

n=k のとき、

$$\sum_{i=0}^{k} i^2 = \sum_{i=0}^{k-1} i^2 + k^2 = \frac{(k-1)k(2k-1)}{6} + k^2 \quad \text{……帰納法の仮定より}$$

$$= \frac{k(2k-3k+1)+6k^2}{6} = \frac{k(2k-3k+1)+6k^2}{6}$$

$$= \frac{k(2k+3k+1)}{6} = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

となり与式が成り立つ。

1)　2)より、0 以上の任意の整数に対して与式が成り立つことが証明された。

点数	採点者学籍番号・氏名	