

計算の理論 II 出席チェック兼用ミニテスト用紙 2004年10月25日	学籍番号	
	名前	

問題 (各 5 点)

以下の問いに答えよ。

- (1) 述語 $x \leq y$ の特徴関数を示し、 $(x, y)=(2, 6), (3, 3), (5, 3)$ について、それぞれその値を計算して示せ。
- (2) 集合 $S = \{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid 2x < y\}$ の特徴関数を示し、 $(x, y)=(3, 6), (3, 4), (2, 9)$ についてそれぞれその値を計算して示せ。
- (3) (2)の集合 S の補集合の特徴関数を示し、 $(x, y)=(3, 4), (5, 10), (1, 3)$ についてそれぞれその値を計算して示せ。
- (4) 述語 $P(x, y)$ が $x > 2y$ であるとする。このとき、 $\neg P(x, y)$ の特徴関数を示し、 $(x, y)=(4, 2), (8, 3), (1, 4)$ についてそれぞれその値を計算して示せ。

- (1) 特徴関数は、 $\text{sg}(x \leq y)$ である。

$$\text{sg}(2 \leq 6) = \text{sg}(0) = 0$$

$$\text{sg}(3 \leq 3) = \text{sg}(0) = 0$$

$$\text{sg}(5 \leq 3) = \text{sg}(2) = 1$$

- (2) 特徴関数は、 $1 - \text{sg}(y < 2x)$ である。

$$1 - \text{sg}(6 < 2 \cdot 3) = 1 - \text{sg}(0) = 1$$

$$1 - \text{sg}(4 < 2 \cdot 3) = 1 - \text{sg}(0) = 1$$

$$1 - \text{sg}(9 < 2 \cdot 2) = 1 - \text{sg}(5) = 0$$

- (3) 補集合 $\mathbb{N}^2 - S$ の特徴関数は、 $(1 - S)$ の特徴関数または、 $\mathbb{N}^2 - S = \{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid 2x \leq y\}$ の特徴関数のどちらかと考えることができる。どちらにしる、 $\text{sg}(y \leq 2x)$ となる。

$$\text{sg}(4 \leq 2 \cdot 3) = \text{sg}(0) = 0$$

$$\text{sg}(10 \leq 2 \cdot 5) = \text{sg}(0) = 0$$

$$\text{sg}(3 \leq 2 \cdot 1) = \text{sg}(1) = 1$$

- (4) $\neg P(x, y)$ の特徴関数は、 $(1 - P)$ の特徴関数 または、 $\neg P(x, y)$ は $x > 2y$ なのでその特徴関数のどちらかと考えることができる。どちらにしる、 $1 - \text{sg}(2y < x)$ となる。

$$1 - \text{sg}(2 \cdot 2 < 4) = 1 - \text{sg}(0) = 1$$

$$1 - \text{sg}(2 \cdot 3 < 8) = 1 - \text{sg}(0) = 1$$

$$1 - \text{sg}(2 \cdot 4 < 1) = 1 - \text{sg}(1) = 0$$